Časopis pro pěstování matematiky, roč. 95 (1970), Praha

RECENSE

Jiří Sedláček: EINFÜHRUNG IN DIE GRAPHENTHEORIE, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1968.

Po českém (1964) a bulharském (1967) vydání vychází nyní i v německém překladu výborná knížka J. Sedláčka: Úvod do teorie grafů. Velmi přístupnou a přitom výjimečně precizní formou uvádí čtenáře k základům této teorie. Od základů teorie množin se autor dostává k teorii neorientovaných a orientovaných grafů, přičemž seznamuje velmi přirozeně čtenáře se základními pojmy matematiky jako metrický prostor, homomorfismus, isomorfismus a automorfismus, matice a dokonce osvětluje pojem kategorie. Přitom nejsou opomenuty ani problémy (jako např. chromatická čísla grafů, Eulerovy grafy), které stály při zrodu teorie grafů. Výklad je velmi pečlivý, opatřen mnoha příklady za každou kapitolou a proto při pozorném čtení přístupný jak studentům tak vážnějším zájemcům o matematiku z řad např. technických či hospodářských pracovníků, neboť přístupnou formou je seznamuje s přesnou matematickou formulací problémů. Nelze přehlédnout, že teorie grafů hraje v mnoha současných aplikacích matematiky důležitou roli. Preciznost této knížky ocení i čtenář, který je již matematicky erudován třeba v jiných oborech, neboť mu umožní se seriózně seznámit se základy této teorie.

Autor, známý vědecký pracovník v teorii grafů, podává touto knížkou ukázku i svých výborných pedagogických schopností.

František Neuman, Brno

Géza Freud: ORTHOGONALE POLYNOME. Birkhäuser Verlag, Basel—Stuttgart 1969. 294 stran, 7 obrázků. Cena 42 Fr.

V maďarské matematice je významně zastoupena škola, zabývající se teorií ortogonálních rozvojů; jejím předním představitelem je například G. Alexits, známý především svou knihou „*Konvergenzprobleme der Orthogonalreihen*", vydanou v roce 1960 a přeloženou též do ruštiny. Posuzovanou monografií se představuje další zástupce této školy — Géza Freud. Jeho kniha je věnována speciálním ortogonálním funkcím — polynomům — a chce podat moderní přehled obecné teorie těchto ortogonálních soustav. Obecnost teorie je v tom, že všechny výsledky jsou odvozeny vlastně ze dvou skutečností: že jde o soustavu polynomů $p_n(x)$ stupně n-tého ($n = 0, 1, 2, \ldots$) a že posloupnost těchto polynomů je ortogonální s dosti obecnou vahou: je $\int_{-\infty}^{\infty} p_m(x)\, p_n(x)\, d\alpha(x) = \delta_{mn}$, kde $\alpha(x)$ je omezená reálná neklesající funkce, pro níž existují integrály $\int_{-\infty}^{\infty} x^n\, d\alpha(x)$ pro $n = 0, 1, 2, \ldots$. Přístup je tedy značně obecný; podle autorova názoru se důkazy řady vět o speciálních ortogonálních polynomech stávají jednodušší a názornější právě v rámci obecné teorie.

Kniha je rozdělena do pěti kapitol. **První** je věnována základním vlastnostem ortogonálních polynomů (definice, existence takové soustavy, poloha nulových bodů, různé formulky) a jsou zde zavedeny i některé speciální ortogonální polynomy (Čebyševovy, Legendreovy, Jacobiho). **Druhá** kapitola se dotýká problému momentů (tj. problému podmínek nutných a postačujících k tomu, aby k dané posloupnosti kladných čísel μ_n existovala funkce $\alpha(x)$ tak, aby platilo $\int_{-\infty}^{\infty} x^n\, d\alpha(x) = \mu_n$, $n = 0, 1, 2, \ldots$); tento problém zde není studován do vší hloubky, nýbrž jen do té míry, do které ho autor v knize potřebuje. Je zde dokázána též úplnost obecné soustavy ortogonálních polynomů v $L^2(d\alpha)$. Třetí kapitola je věnována velmi užitečnému problému užití ortogonálních polynomů při kvadraturách a při interpolaci přes jejich nulové body. Ve čtvrté kapitole je studována konvergence rozvojů podle ortogonálních polynomů, a to pro interval konečné délky; jsou zde uvedena též některá kritéria konvergence. Zatímco v prvních čtyřech kapitolách byl vyšetřován reálný případ, pojednává pátá kapitola o komplexních polynomech. Kapitola má název „Teorie G. Szegöho" a jde v podstatě o studium polynomů ortogonálních na jednotkové kružnici. Každá kapitola je zakončena řadou úloh a dále — což patří k jejím velkým kladům — podrobnými historicko-kritickými poznámkami, týkajícími se látky příslušné kapitoly. Tyto užitečné poznámky jsou psány velmi zasvěceně, značně pomáhají čtenáři při orientaci v problematice a dokazují autorův přehled. Kniha je zakončena doslovem, jímž chce autor upozornit čtenáře na některé otevřené problémy; uvádí zde celkem 20 dosud neřešených úloh, jejichž zkoumání považuje za účelné.

Kniha tedy podává zasvěcený přehled teorie, sledující i nejnovější výsledky, z nichž řada pochází od autora samého. Předpokládá přitom u čtenáře jen obvyklé znalosti z analýzy a (v páté kapitole) též z teorie funkcí komplexní proměnné. Čtenář, zajímající se více o aplikace uvedených výsledků než o teorii samu, by asi uvítal podrobnější rejstřík, resp. samostatný seznam užitého označení. Domnívám se však, že nejde o marnou naději, když autor v předmluvě říká: „Doufám, že poskytnu něco užitečného každému čtenáři, ať už se k mé knize obrací pro hotové výsledky, pro materiál k přednášce nebo jako budoucí badatel."

Alois Kufner, Praha

A. Adrian Albert - Reuben Sandler: AN INTRODUCTION TO FINITE PROJECTIVE PLANES. Athena Series „Selected Topics in Mathematics". Holt, Rinehart and Winston. New York—Chicago—San Francisco—Atlanta—Dallas—Montreal—Toronto—London 1968. viii + 98 pp.

Naprostý úvod do teorie projektivních rovin, zvláště pak konečných. Autoři nevytkli si za úkol dospět až do speciálních partií; věnovali pozornost detailnímu zavedení základních pojmů a odvození prvých teorémů a ulehčili čtenáři studium zdařilými komentáři uvnitř textu. Knížka je velmi zdařilá i jako celek.

V kap. I (*Elementary Results*) je analysován pojem projektivní roviny jakožto incidenční struktury, se zaměřením na isomorfismus, dualitu a Desarguesův konfigurační teorém.

V kap. II (*Finite Planes*) jsou zkoumány základní kombinatorické vlastnosti konečných rovin v souvislosti s lupami a grupami, incidenčními maticemi apod. Na závěr jsou nalezeny některé vlastnosti kolineací a podrovin dané konečné roviny.

V kap. III (*Field Planes*) je nejprve řeč o (komutativních) tělesech a prvotělesech, pak o rovinách nad tělesem $GF(p^n)$. Užitím teorie matic jsou pak zkoumány kolineace v takových rovinách a položen základ analytické geometrie v nich.

V kap. IV (*Coordinates in an Arbitrary Plane*) je Hallovou metodou provedena koordinatisace kterékoliv projektivní roviny. Projektivní rovině odpovídá při fixaci referenčních bodů kanonicky algebraická ternární struktura, zvaná zde planárním ternárním okruhem. Je krátce vyšetřen indukovaný aditivní a multiplikativní binární systém (v obou případech jde o lupy) a vyšetřeny některé souvislosti mezi kolineacemi projektivní roviny a isomorfismy odpovídajícího ternárního okruhu.

V kap. V (*Central Collineations and the little Desarques' Property*) je analysován vzájemný vztah mezi existencí středové kolineace s předepsanou polohou středu a osy a mezi platností Desarquesovy věty při předepsané poloze středu a osy. Obšírnějším rozborem dochází autoři až k souřadnicovému vyjádření translační roviny (jako roviny nad kvasitělesem).

V kap. VI (*The Fundamental Theorem*) je nejprve ukázáno, že rovina nad $GF(p^n)$ je isomorfní s rovinou, jejíž planární ternární okruh je „lineární" a isomorfní s $GF(p^n)$. Bez důkazu je uveden hluboký výsledek T. G. Ostroma a A. Wagnera o tom, že dvojmo transitivní konečná rovina*) je nutně rovinou nad tělesem a s odkazem na kteroukoliv základní učebnici algebry je formulován Wedderburnův teorém o tom, že konečné asociativní těleso je nutně komutativní. Pak je dokázána věta, že konečná rovina splňuje universálně Desarguesovu větu právě v tom případě, je-li to rovina nad tělesem. Závěrem je pak osvětlena role známé Pappovy konfigurační věty.

V kap. VII (*Some Non-Desarguesian Planes*) jsou zkoumány podtělesa a automorfismy konečných těles a pak je udán způsob konstrukce některých konečných kvasitěles. Speciálně je sestrojena nedesarguesovká rovina řádu 9.

V dodatku (*Appendix*) je vysloven a komentován proslulý Bruck-Rysorův teorém. Je uvedeno toto znění teorému: Nechť n je přirozené číslo takové, že $n - 1$ anebo $n - 2$ je dělitelno čtyřmi. Nelze-li n vyjádřit jako součet dvou čtverců z přirozených čísel, pak neexistuje žádná projektivní rovina řádu n.

V seznamu literatury (*References*) je uvedeno je opravdové minimum, pozůstávající z článků Brucka, Halla a Rysera a z monografií Halla (The Theory of Group, New York 1959) a Pickerta (Projektive Ebenen, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1955).

Václav Havel, Brno

Alois Urban: DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE II. SNTL/SVTL Praha 1967 (řada teoretické literatury) stran 268, obrázků 262, vydání první, cena vázaného výtisku Kčs 20,—.

Kniha je schválena výnosem MŠK jako II. díl celostátní vysokoškolské učebnice deskriptivní geometrie. Je určena studentům fakult strojního inženýrství a fakult elektrotechnických, hornických a hutnických vysokých škol technických. Obsahuje geometrii křivek a ploch, uvedení do přímkové a projektivní geometrie a do kinematické geometrie v rovině.

Kniha je tematicky rozdělena na 9 kapitol, z nichž každá obsahuje celou řadu odstavců. Číslování kapitol a odstavců navazuje pokračováním na I. díl. Vlastní výklad je velmi účelně doprovázen ilustrujícími, řešenými úlohami. Autorovo řešení může přitom student sledovat na příslušném obrázku. Totéž lze říci o řešených příkladech, připojených vždy na závěr výkladu v každé kapitole. Každá kapitola je ukončena celou řadou kótovaných cvičení, určených studentovi k samostatnému řešení. K některým je dán stručný návod způsobu řešení.

Vlastní obsah knihy, poněkud podrobněji, lze uvést následovně. V *kapitole 15. Křivky*, uvádí autor klasifikaci křivek, některé konstrukce s rovinnými křivkami (obecně), některé speciální rovinné křivky technické praxe, některé obecné vlastnosti prostorových křivek a speciálně pak vlastnosti šroubovice. Po uvedení některých řešených příkladů, je kapitola ukončena dvaceti cvičeními. Ve výkladu látky této kapitoly je použito i metod analytické a diferenciální geometrie. *Kapitola 16. Plochy*, je věnována obecné teorii ploch, ovšem v potřebném rozsahu. Po odstavci, obsahujícím základní pojmy, následují odstavce o křivkách na ploše, klasifikaci ploch a o zobrazení ploch. I v této kapitole je užito početních metod. Kapitola končí patnácti cvičeními. V následující *kapitole 17. Rozvinutelné plochy*, se autor zabývá nejdříve klasifikací a vytvořením rozvinutelných ploch za použití početních metod (je tu uvedena Catalanova věta i s konstruktivními důsledky), dále rozvinutím válcových a kuželových ploch, rozvinutelnou šroubovou plochou a po ukázce některých řešených příkladů končí kapitolu patnácti cvičeními. *Kapitola 18* je věnována *rotačním plochám*. Po uvedení základních pojmů a vlastností následují konstruktivní úlohy, speciál-

*) Rozumí se: konečná rovina, na jejichž bodech působí grupa všech kolineací dvojmo transitivně.

ní rotační plochy, průniky rotačních ploch a po řešených příkladech dvacet pět cvičení. V *kapitole 19. Kvadratické plochy*, vykládá autor příslušnou teorii pouze v rozsahu, užitečném pro konstruktivní potřeby budoucích inženýrů. Tato partie je totiž ve všech našich učebnicích matematiky (zejména celostátního charakteru) pro vysoké školy technického směru propracována s příslušnou potřebnou podrobností a proto autor, i když užívá matematického zápisu se může docela dobře omezit pouze na konstruktivní aplikace toho druhu, jak už o tom byla zmínka. Vykládá se tu o vytvoření kvadratických ploch a speciálně o zborcených kvadrikách. Po řešených příkladech je kapitola ukončena patnácti cvičeními. *Šroubové plochy* tvoří náplň *20. kapitoly*. Po uvedení základních pojmů následují konstruktivní úlohy o šroubových plochách, potom speciálně přímkové šroubové plochy, cyklické šroubové plochy (s uvedením praktických aplikací) a po odstavci řešených příkladů je kapitola ukončena dvaceti cvičeními. *Kapitola 21* je věnována *základům přímkové geometrie*. V odstavci přímkový prostor a jeho útvary jsou zavedeny i homogenní (Plückerovy) souřadnice přímky. Další odstavce této kapitoly jsou věnovány přímkovému komplexu, přímkové kongruenci a nakonec přímkovým plochám obecně. Speciální a potřebné přímkové plochy jsou uvedeny v řešených příkladech. Kapitola je uzavřena deseti cvičeními. Následující *22. kapitola* je určena *základům projektivní geometrie v rovině*. Po zavedení základních pojmů následuje odstavec o projektivnosti a dále odstavec o aplikacích na konstrukce kuželoseček (mimo jiné např. věta Pascalova, věta Brianchonova s praktickým použitím, polarita apod.). Po řešených příkladech na ukázku aplikací uzavírá tuto kapitolu dvacet pět cvičení. V poslední kapitole učebnice, *23. kapitole* se zabývá autor *základy kinematické geometrie v rovině*. Po zavedení nezbytných základních pojmů následuje výklad některých speciálních pohybů (eliptický, kardioidický, konchoidální, úpatnice, kloubový antiparalelogram, pohyby cyklické a pohyb evolventní). Dále se autor zabývá vyšetřováním středů křivosti trajektorií a obálek. Po řešených příkladech je kapitola a tím celá kniha ukončena dvaceti cvičeními.

Pro celkové zhodnocení knihy lze říci následující. Rozvržení vykládané látky do jednotlivých kapitol, tak jak bylo uvedeno, je provedeno co do vzájemného sledu i co do celkové koncepce vzhledem ke sledovanému cíli s největší promyšleností. Výklad je veden stručně, ale velmi výstižně a přehledně. Projednávaná látka je docela sympaticky rozdělena do řady kratších celků a plynulý text je vhodně členěn mnoha názornými a výstižnými obrázky, jež doprovázejí a usnadňují příslušný výklad na správně volených místech. Tím je docíleno, že se obsah vykládané látky studuje docela pěkně a pohodlně. Celé zpracování a provedení svědčí o autorově pečlivosti a zkušené promyšlenosti. Výklad je zcela jasný, stručný, přesný a současně pro studenta velmi srozumitelný. Studenti vysokých škol technických a naše pedagogická literatura vskutku dostala pěknou, solidní a moderní učebnici vysokoškolské deskriptivní geometrie, která bude mít určitě úspěch.

Bořivoj Kepr, Praha

James Eells, Jr.: SINGULARITIES OF SMOOTH MAPS, Gordon and Breach, New York 1967, stran X + 104, $ 5.50.

Knížka vyšla v sérii Notes on Mathematics and its Applications; její zaměření je ukázáno v předmluvě J. T. Schwartze a Maurice Lévyho, kde se zhruba praví: Mnoho matematických knih začíná jako poznámky k přednáškám; ale protože práce potřebná k uvedení těchto poznámek na úroveň, kterou autor a veřejnost na knize požadují je značná, dochází často k tomu, že kniha se objeví až po značném časovém odstupu anebo vůbec ne. V této sérii, mající zaplnit vzniklou mezeru, se objeví přednášky, vydané na dostačující úrovni úplnosti a srozumitelnosti.

Eellsova kniha, vzniklá z přednášek na Columbia University v roce 1960, se skládá ze tří kapitol. Každá obsahuje kompletní definice a formulace vět, a celou řadu příkladů. Důkazy jsou zpravidla velmi stručné, nebo jsou dokonce nahrazeny „ideou důkazu", a čtenář je odkazován na jiná díla.

V první kapitole (*Smooth manifolds and related constructions*) je vedle přehledu základních výsledků n-dimensionálního diferenciálního a integrálního počtu (derivace ve směru, Taylorova formule, věta o inversní a implicitní funkci, multilineární algebra, Stokesova věta) uvedena definice hladké n-dimensionální variety (v termínech atlasů i axiomaticky pojaté hladké funkce), tečného vektoru a vektorového svazku. Hlavní náplní kapitoly je pak ilustrace definic na řadě příkladů.

Druhá kapitola (*The singularities of smooth maps*) začíná definicí vnoření (immersion; $f: X_n \to Y_m$ je hladké a příslušné tečné zobrazení je monomorfní) a vložení (imbedding; to je homeomorfní vnoření). V dalším se uvažuje hlavně případ kompaktního X_n. Nejprve je uveden důkaz Whitneyovy věty o vložení X_n do eukleidova prostoru E_{2n+1} a vnoření do E_{2n}. Dále se uvažuje metrický prostor $\mathfrak{C}^k(X_n, E_m)$ všech hladkých (třídy $k = 0, 1, \ldots$) zobrazení z X_n do E_m a dokazuje se, že vnoření resp. vložení tvoří otevřenou podmnožinu $\mathfrak{C}^k$; pro $m \geqq 2n$ resp. $m \geqq 2n + 1$ jsou dokonce hustá v $\mathfrak{C}^k$. Potom se studuje obraz množiny C kritických bodů při hladkém zobrazení f ($x \in C$, jestliže zobrazení tečné k f není v bodě x epimorfní); je dokázáno, že $f(C)$ je první kategorie, a při kompaktním X_n dokonce řídká. Dále je zaveden pojem čistého vnoření (mj. nesmějí existovat tři body v X_n mající stejný obraz) a ukazuje se, že také tato zobrazení jsou hustá a otevřená v $\mathfrak{C}(X_n, E_{2n})$; to už neplatí v $\mathfrak{C}(X_n, E_{2n-1})$, ale platí to pro tzv. generická zobrazení. Na konci kapitoly se studují zobrazení f z X_n do E_1; je zaveden pojem nedegenerovaného kritického bodu a dokázána Morseova věta o kanonickém vyjádření f v takovém bodě x ve tvaru $\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i y_i^2 + f(x)$, $\varepsilon_i = \pm 1$, $\varepsilon_{i-1} \leqq \varepsilon_i$. Počet členů s $\varepsilon_i = -1$ se nazývá indexem f v bodě x. Kapitola končí poznámkami o některých neřešených problémech teorie singularit a dodatkem o Baireových prostorech.

Poslední kapitola (*The topology of a smooth function*) začíná heuristickými úvahami o vztahu mezi topologií hladké variety X a singularitami hladké funkce $f: X \to E_1$, a je ukázáno intuitivní odvození Morseových nerovností. Dále se homologickými prostředky zavádějí Morseho čísla $\mu_r(f)$ některých funkcí $f: X \to E_1$ na topologickém prostoru X. Hlavním výsledkem kapitoly je vedle důkazu Morseových nerovností věta o indexu: Je-li X kompaktní hladká varieta a $f: X \to E_1$ hladká nedegenerovaná funkce, pak pro všechna r, $0 \leqq r \leqq n$, je $\mu_r(f)$ rovno počtu kritických bodů f s indexem r. Kapitola končí aplikací těchto výsledků v diferenciální geometrii (např. odhad počtu normál ke kompaktní varietě $X_n \subset E_{n+1}$ z nějakého bodu $x \in E_{n+1}$).

Karel Karták, Praha

PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES, No 33; Institut des Hautes Etudes Scientifiques. W. A. Benjamin, Inc., New York 1967, str. 155, $ 7.75.

Recensovaný svazek obsahuje čtyři práce.

(1) R. Kiehl, *Die de Rham Kohomologie algebraischer Mannigfaltigkeiten über einem bewerteten Körper*. Grothendieck dokázal v roce 1966 (Publ. Math., No 29), že de Rhamova kohomologie hladké algebraické variety nad tělesem komplexních čísel se shoduje se singulární kohomologií s komplexními koeficienty přiřazené komplexní variety. V této práci se dokazuje analogie tohoto výsledku pro nearchimedovská tělesa.

(2) J. M. Boardman, *Singularities of differentiable maps*. Uvažujme hladká zobrazení $f: V \to W$, kde V a W jsou hladké variety. Pro každý bod $p \in V$ máme diferenciál $df_p: T_p(V) \to T_{f(p)}(W)$, nechť $\Sigma^i(f) \subset V$ je množina těch bodů, pro něž $\dim \operatorname{Ker} df_p = i$. Thom ukázal, že pro „většinu" zobrazení f je $\Sigma^i(f)$ podvarietou ve V. Jestliže $\Sigma^i(f)$ je varietou, můžeme uvažovati restrikci $f \mid \Sigma^i(f): \Sigma^i(f) \to W$ a definovati $\Sigma^{ij}(f) = \Sigma^j(f \mid \Sigma^i(f))$ a pokračovati obdobným způsobem. V Boardmanově práci se nepostupuje takto „iterovaně", ale přímo v jetovém prostoru $J(V, W)$. V něm se definují jisté podvariety Σ^I, $I = (i_1, \ldots, i_n)$ je multiindex, pomocí nichž se k da-

nému zobrazení $f: V \to W$ definují množiny $\Sigma^I(f)$. Je nalezena nutná a postačující podmínka pro to, aby $\Sigma^I(f)$ byla varieta. Dále je dokázáno, že každé zobrazení f může být libovolně dobře aproximováno zobrazením g, pro něž všechna $\Sigma^I(g)$ jsou varietami.

(3) H. Bass, J. Milnor, J.-P. Serre, *Solution of the congruence subgroup problem for* SL_n ($n \geqq 3$) *and* Sp_{2n} ($n \geqq 2$). Nechť k je konečné těleso algebraických čísel a O jeho okruh celých čísel. Pišme $G_A = SL_n(A)$ pro komutativní okruh A. Pro ideál q v O definujme $\Gamma_q = \text{Ker}(G_O \to \to G_{O/q})$. Podgrupy v G_O, obsahující nějaké Γ_q ($q \neq 0$), se nazývají kongruenční podgrupy; tyto podgrupy jsou zřejmě konečného indexu v G_O. V práci je zcela řešen obrácený problém: Je každá grupa konečného indexu v G_O kongruenční?

(4) N. H. Kuiper, *Algebraic equations for nonsmoothable 8-manifolds*. Jsou sestrojeny příklady algebraických variet komplexní dimense čtyři v $P^5(C)$, které jsou homeomorfní s uzavřenými kombinatorickými varietami reálné dimense 8, ale nejsou homeomorfní s diferencovatelnou varietou. Jestliže $g: R^n \to R^q$ je polynomiální zobrazení a X je reálná analytická uzavřená podmnožina v $g^{-1}(0)$ téže dimense jako X, potom X se nazývá Nashovým prostorem. Nashův prostor X, který je topologickou varietou a až na jeden bod je C^∞-varietou, se nazývá Nashovou varietou s jednou singularitou. Hlavním výsledkem práce je důkaz následující věty: Každá uzavřená kombinatorická varieta dimense 8 má strukturu Nashovy variety s jednou singularitou, jež je vnořena do R^{16}.

Alois Švec, Praha

Pham Mau Quan, INTRODUCTION À LA GÉOMÉTRIE DES VARIÉTÉS DIFFÉRENTIABLES. Monographies universitaires de mathématiques, No 29. Dunod, Paris 1968. Str. XVI + 278. 68 F.

V produkci knih o diferencovatelných varietách zcela zřetelná převládají Američané (Auslander-MacKenzie, Bishop-Crittenden, Flanders, Helgason, Herman, Kobayashi, Lang, Milnor, Munkres, Nomizu, Spivak, Sternberg), nyní se k nim tedy přidává i recensovaná francouzská kniha (nehledíme-li na starší a speciálněji zaměřené knihy Lichnerowiczovy nebo na Bourbakiho přehled); tento prudký výbuch produkce v posledních letech východní Evropa beznadějně zaspala.

Kniha se skládá ze šesti kapitol, ke každé je připojena velmi krátká bibliografie a množství velmi hlubokých a text značně rozšiřujících problémů, které sestavil P. Louis.

Nultá úvodní kapitola seznamuje čtenáře se základními topologickými pojmy a se zcela elementárními pojmy z teorie kategorií.

První kapitola má název *Diferencovatelné variety*. Diferencovatelná varieta třídy C^k se definuje jako topologický separabilní prostor s daným svazkem reálných funkcí, jehož každý bod má okolí U homeomorfní s otevřeným okolím V eukleidovského prostoru a uvedený homeomorfismus přenáší restrikci daného svazku na U do svazku funkcí třídy C^k na V. Ukazuje se, že tato definice je ekvivalentní s obvyklou definicí pomocí atlasu; definují se podvariety a kartézský součin variet. Pro parakompaktní variety se ukazuje existence rozkladu jednotky. Následují paragrafy s celkem standartní zásobou definic a vět o tečných prostorech a diferenciálech zobrazení. Kapitola končí větami, kdy M/R (M = varieta, R = relace) je opět varietou. V příkladové části je osm sérií problémů, jež obvykle končí některou důležitou větou. Tak je např. možno dokázati, že množina kritických bodů diferencovatelného zobrazení má nulovou míru (Sardova věta) a že každý germ funkce může být prodloužen na celou varietu.

Druhá kapitola se zabývá tensory a formami na varietě. Tensorová algebra na A-modulech (A = komutativní okruh s jednotkovým prvkem) se definuje obvyklým způsobem, nic neobvyklého není ani na definicích vnější a symetrické algebry. Dále se zavede pojem vektorově fibrovaného prostoru, tečného bandlu variety a tím i tensorů na varietě. Po známé větě o jednoparametrických lokálních grupách transformací se definuje Lieova derivace tensorového pole a nacházejí se základní vlastnosti Lieovy algebry vektorových polí. Dokáže se Poincaréovo lemma a Stokesova formule. Autor pokračuje důkazem Frobeniovy věty. Další část kapitoly je věnována studiu konexí na vektorově fibrovaných prostorech. Konexe se definuje jako operátor Koszulovým způsobem; nachází se její křivost a odvozují její základní vlastnosti. Tím se přechází k lineární konexi na diferencovatelné varietě. V příkladech je velká pozornost věnována geometrické interpretaci Poissonovy závorky, dále je zde k dokázání řada vět o Lieových grupách. Rovněž je možno dojíti ke kanonické formě Pfaffovy formy.

Třetí kapitola je věnována Lieovým grupám. Po obvyklé definici se ukazuje, že struktura diferencovatelné variety lokální grupy již jednoznačně určuje strukturu diferencovatelné variety celé grupy a že každá Lieova grupa je parakompaktní. Lieova algebra se definuje pomocí zleva invariantních forem resp. vektorových polí. Zavádí se exponenciální zobrazení. V další části se ukazuje, že zprava invariantní diferenciální operátory na Lieově grupě jsou generovány zprava invariantními vektorovými poli a že jejich algebra je kanonicky isomorfní s obalující algebrou Lieovy algebry, jež je přiřazena uvažované grupě. Předchozí úvahy dovolují ukázati, že dvě Lieovy grupy jsou isomorfní právě když jsou isomorfní jejich Lieovy algebry. Dále se ukazuje, že Lieova podalgebra určuje jednoznačně nějakou Lieovu souvislou podgrupu. Jest dokázána Cartanova věta, podle níž uzavřená podgrupa Lieovy grupy jest rovněž Lieovou grupou. Konečně je zavedeno adjungované zobrazení. V příkladové části má čtenář možnost dokázati, že mnohé klasické grupy nad reálnými a komplexními čísly resp. kvaterniony jsou Lieovými grupami, je rovněž seznámen s homogenními prostory.

Ve čtvrté kapitole probírá autor teorii hlavních fibrovaných prostorů. Způsob výkladu je standardní: definice, transitní funkce, rekonstrukce prostoru z transitních funkcí, homomorfismy, triviální fibrované prostory, redukce strukturní grupy, asociované fibrované prostory. Dále se podrobněji probírají homogenní prostory a konečně diferenciální formy s hodnotami ve vektorovém prostoru resp. v Lieově algebře.

Pátá kapitola pojednává o konexích na hlavních fibrovaných prostorech. Konexe se definuje pomocí známé horizontální distribuce, ukazují se ostatní ekvivalentní způsoby jejího zavedení. Jest dokázána existence konexe na prostoru, jehož base je parakompaktní. Pokračuje se konstrukcí křivosti konexe a ukazuje se, že hlavní fibrovaný prostor je triviální právě když na něm existuje plochá konexe. Posléze se přechází k přenosům v asociovaných prostorech. Speciální pozornost je věnována konexím ve vektorově fibrovaných prostorech a lineárním konexím na varietě. Konečně se přejde ke konexi afinní a eukleidovské. V příkladech se čtenář seznámí s invariantními konexemi na homogenním prostoru.

Kniha je velmi dobře napsána, výběr látky je pečlivě uvážen. Autor se sice nesnaží o násilnou popularisaci, nepíše však také formálně a své úvahy dostatečně motivuje.

Alois Švec, Praha

R. Courant, D. Hilbert: METHODEN DER MATHEMATISCHEN PHYSIK I, 3. Auflage, str. 469. METHODEN DER MATHEMATISCHEN PHYSIK II, 2. Auflage, str. 549. Springer Verlag ve sbírce Heidelberger Taschenbücher Band 30, 31.

První vydání prvního svazku vyšlo r. 1924 a tak metody dnešní matematické fyziky se velmi liší od obsahu těchto dvou svazků, kde se probírají v podstatě diferenciální rovnice (jak obyčejné tak parciální) a variační počet. Obsah a styl podání jsou známy z předešlých vydání. Vzhledem k použité tiskové technice (ofset) je vydání reprodukcí původních německých vydání a ke změnám, které byly provedeny pro americké vydání R. Courantem, nebylo přihlíženo.

Václav Alda, Praha

J. G. Macdonald: ALGEBRAIC GEOMETRY, INTRODUCTION TO SCHEMES, W. A. Benjamin, Inc., New York—Amsterdam, 1968, str. 113.

Vyšla velmi potřebná knížka. Naznačme poněkud její motivaci a obsah. Nechť k je těleso, $k \subset K$ algebraicky uzavřené těleso a S podmnožina okruhu polynomů $k[t] \equiv k[t_1, \ldots, t_n]$. Varieta $V(S)$, definovaná množinou S, je množina všech bodů $x = (x_1, \ldots, x_n) \in K^n$ takových, že $f(x) = 0$ pro všechna $f \in S$. Jestliže $\mathfrak{a} \subset k[t]$ je ideál generovaný množinou S, potom $V(S) = V(\mathfrak{a})$. Nechť nyní $\mathfrak{a}^*$ je ideál, skládající se ze všech $f \in k[t]$, které se anulují ve všech bodech variety $V(S)$; máme ovšem $\mathfrak{a}^* \supset \mathfrak{a}$ a podle Hilbertovy věty (tzv. Nullstellensatz) je $\mathfrak{a}^*$ radikálem ideálu $\mathfrak{a}$, tj. množinou všech polynomů f, jejichž nějaká mocnina leží v $\mathfrak{a}$. Množina $V = V(S)$ se nazývá afinní (k, K)-varietou. Každý polynom $f \in k[t]$ určuje funkci $f: K^n \to K$, její restrikce na V se nazývá regulární funkcí na V. Regulární funkce vytvářejí okruh $A \cong k[t]/\mathfrak{a}^*$, který se nazývá souřadnicovým okruhem. A je konečně generován jako k-algebra a nemá nenulové nilpotentní elementy. Je známo, že každá afinní algebraická varieta je určena svým souřadnicovým okruhem. Jestliže U, V jsou afinní (k, K)-variety, $U \subset K^m$, $V \subset K^n$, potom zobrazení $f: U \to V$ se nazývá (k, K)-regulárním, jestliže je indukováno polynomiálním zobrazením $K^m \to K^n$. Tím dostáváme kategorii afinních variet a regulárních zobrazení. Jestliže A, B jsou souřadnicové okruhy variet U a V, potom regulární zobrazení $f: U \to V$ odpovídají vzájemně jednoznačně k-algebrovým homomorfismům $\varphi: B \to A$; tato korespondence je funktoriální. Tedy kategorie afinních variet je ekvivalentní k duálu kategorie konečně generovaných k-algeber bez nilpotentních prvků. Nechť V je afinní varieta a A její okruh souřadnic. Jestliže $S \subset A$ je libovolná podmnožina, označme $V(S)$ množinu nulových bodů všech funkcí z S; Zariského topologii na V dostaneme prohlášením všech $V(S)$ za uzavřené podmnožiny. Jestliže U je otevřená podmnožina ve V, racionální funkce na V definované v každém bodě množiny U tvoří okruh $A(U)$, čímž dostaneme svazek $\mathcal{O}_V$ okruhů na V. Můžeme tedy definovati prealgebrickou varietu jako topologický prostor X a svazek okruhů $\mathcal{O}_X$ germů funkcí na X s hodnotami v K s touto vlastností: existuje konečné otevřené pokrytí $\{V_i\}$ prostoru X tak, že V_i s $\mathcal{O}_X \mid V_i$ je isomorfní s afinní algebraickou varietou.

Nechť nyní K je universální oblast a V je (k, K)-afinní varieta. Jestliže $x \in V$, potom x určuje homomorfismus $A \to K$, jehož jádrem je prvoideál (a obráceně). Má tedy smysl uvažovati množinu $X = \operatorname{Spec}(A)$ prvoideálů okruhu A. Na ní je přirozená topologie, v níž uzavřené jsou množiny typu $V(E) = \{x \in X \mid x \supset E\}$. Na X máme svazek lokálních okruhů $\mathcal{O}_X$; dvojice $(X, \mathcal{O}_X)$ se nazývá afinním schématem okruhu A. V předchozím jsem snad částečně vysvětlil, že afinní schémata jsou přirozeným zobecněním afinních variet. Kniha pojednává o definici afinních schémat (probírají se i základy teorie svazků na topologických prostorech včetně kohomologie), kohomologie afinních schémat a končí Riemann-Rochovou větou.

Tuto na četbu poměrně náročnou knihu uvítá jistě každý, kdo chce se seznámiti s pokročilými partiemi algebraické geometrie a nechce začínati rozsáhlým a formálním dílem Grothendieckovým v Publ. Math. de l'Inst. des Hautes Et. Sci. (Nos. 4, 7, 11, 17, 20, 24, 28, 32).

Alois Švec, Praha

N. Bourbaki: GROUPES ET ALGÈBRES DE LIE. Chapitres 4,5 et 6. Actualités scientifiques et industrielles 1337; Éléments de mathématique, fasc. XXXIV; Hermann, Paris 1968, 288 str.

Budiž mi dovoleno začíti popis obsahu poslední kapitolou (*Systémy kořenů*). Nechť V je reálný vektorový prostor a $R \subset V$. Říkáme, že R je systém kořenů, jestliže: (1) R je konečná množina, $0 \notin R$ a R generuje V; (2) ke každému $\alpha \in R$ existuje $\alpha^* \in V^*$ tak, že $\langle \alpha, \alpha^* \rangle = 2$ a symetrie $s_\alpha: V \to V$, $s_\alpha(x) = x - \langle x, \alpha^* \rangle \alpha$, převádí R v R; (3) pro každé $\alpha \in R$ máme $\alpha^*(R) \subset Z =$ celá čísla. Automorfismy $V \to V$, zachovávající R, tvoří konečnou grupu $A(R)$, Weylova grupa $W(R) \subset A(R)$ je generována symetriemi s_α. Pro $x, y \in V$ položme $(x \mid y) = \sum_{\alpha \in R} \langle \alpha^*, x \rangle \cdot \langle \alpha^*, y \rangle$; $(x \mid y)$ je bilineární symetrická nedegenerovaná forma na V, invariantní vzhledem k $A(R)$. Kořen $\alpha \in R$ se nazývá nedělitelný, jestliže $\frac{1}{2}\alpha \notin R$; R se nazývá redukovaným systémem, jestliže každý kořen z R je nedělitelný. Hlavním příkladem je pochopitelně Lieova komplexní polojednoduchá algebra $\mathscr{G}$ spolu s Cartanovou podalgebrou $\mathscr{H}$: $0 \neq \alpha \in h^*$ je kořen, jestliže existuje $0 \neq x \in g$ tak, že $[h, x] = \alpha(h)\, x$ pro všechna $h \in \mathscr{H}$; systém R pak určuje $\mathscr{G}$ až na isomorfismus. Hlavním výsledkem je, že zcela obecná teorie systému kořenů probíhá jako známá teorie právě uvedeného příkladu. Jest provedena kompletní klasifikace systémů kořenů na známé čtyři nekonečné série a pět výjimečných případů.

Weylova grupa $W(R)$ je příkladem tzv. Coxeterových grup. Ty jsou abstraktně definovány ve čtvrté kapitole a jsou odvozeny jejich základní vlastnosti.

Celá pátá kapitola je věnována grupám, generovaným symetriemi reálného afinního prostoru; motivace tohoto studia je z předchozího zřejmá. V kapitole čtvrté je rovněž jistá část věnována tzv. Titsovým systémům.

Ke každé kapitole je připojena řada cvičení. Text se velmi dobře čte, větší potíž než jeho sledování působí ovšem vystopování motivace jednotlivých definic. Čtenáři může pomoci referát J. Titse: Groupes simples et géométries associées (Proc. Int. Congress Math., Stockholm, 1962, 197—221).

Alois Švec, Praha

A. Grothendieck: ELÉMENTS DE GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. Publ. Math. de l'Institut des Hautes Études Scientifiques, No 32, 1967, str. 361.

Pokračování rozsáhlého autorova díla o algebraické geometrii; viz čísla 4, 7, 11, 17, 20, 24 a 28 týchž publikací. Číslo 32 obsahuje dokončení čtvrté kapitoly (*Lokální teorie schémat a morfismy schémat*).

Alois Švec, Praha

Hans Grauert, Ingo Lieb: DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG III. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1968. XII + 178 stran, 25 obrázků. Cena DM 12,80.

Poslední část třídílné učebnice diferenciálního a integrálního počtu (recenze prvního a druhého dílu viz Čas. pěst. mat. *94* (1969), 371—373) je věnována integraci v n-rozměrném euklidovském prostoru R^n. Je určena především studentům matematiky a fyziky z třetího a čtvrtého semestru a předpokládá znalost látky z I. dílu a části látky z II. dílu.

Čtyři kapitoly, na něž je kniha rozdělena, nesou tyto názvy: I — Integrace v n-rozměrném prostoru. II — Alternující diferenciální formy. III — Křivkové a plošné integrály. IV — Aplikace v elektrodynamice.

Výklad je podobně jako v obou předcházejících dílech netradiční. V první kapitole vycházejí autoři při zavádění integrálu v R^n z obecných Radonových měr, definovaných jako spojité lineární formy nad prostorem stupňovitých funkcí. Dostávají tak velmi obecnou definici integrálu, z níž vhodnou volbou základního prostoru a Radonovy míry už vyplývají obvyklé pojmy integrálu jako integrál Lebesgueův a Lebesgueův-Stieltjesův; definice v sobě zahrnuje i integraci podle Diracovy δ-míry. Definice integrálu je pojata tak, aby ji bylo možno bez podstatné změny přenést i na obecné případy: může se jednat i o funkce s hodnotami v topologickém vektorovém prostoru a za základní prostor lze místo R^n zvolit libovolný lokálně konvexní topologický prostor. Vedle základních definic jsou v první kapitole vyloženy běžné vlastnosti integrálu (Fatouovo lemma, věta Lebesgueova a věta Fubiniova atd.) a pro úplnost je jeden paragraf věnován měřitelným množinám.

Druhá kapitola má vlastně pomocný charakter a slouží především potřebám kapitoly třetí. Autoři vycházejí z toho, že při integraci přes p-rozměrné plochy v R^n jsou integrandy vlastně p-dimensionální diferenciální formy, a proto věnují tuto kapitolu alternujícím (vnějším) diferenciálním formám. Tento přístup k plošnému integrálu považují za strukturálně vhodnější než obvyklý postup přes vektorovou analýzu, o níž praví, že to vlastně je „sotva účelný, zato však velmi nepřehledný přepis kalkulu vnějších diferenciálních forem". Proto dávají autoři přednost tomuto přístupu, odvozují v druhé kapitole početní pravidla pro diferenciální formy a vyšetřují další jejich vlastnosti. Pomocí těchto výsledků pak zavádějí v kapitole třetí plošné integrály a dále křivkové integrály přes libovolné rektifikovatelné křivky. Obsáhlý paragraf je věnován funkcím absolutně spojitým; tím je současně doplněn i první díl učebnice, v němž bylo několik vět uváděno bez důkazu.

Ve čtvrté kapitole vycházejí autoři z toho, že řadu fyzikálních veličin je třeba popisovat nikoliv pomocí vektorů, nýbrž pomocí diferenciálních forem, a proto zde formulují Maxwellovy rovnice v terminologii diferenciálních forem. Pro lepší názornost a aby nové pojmy zpřístupnili i praktikům, věnují autoři poněkud větší pozornost situaci v trojrozměrném prostoru.

I u tohoto třetího dílu tedy markantně vystupuje to, co bylo charakteristické již pro obě první části: snaha o netradiční, moderní a originální výklad velmi tradiční látky. Bylo by jistě zajímavé znát výsledky autorů při použití těchto postupů (úplných, ale velmi zhustěných a kladoucích na čtenáře resp. posluchače nemalé nároky) při přednáškách v prvních semestrech. Rozhodně lze učebnici doporučit — alespoň pro srovnání — všem těm, kteří u nás tuto látku přednášejí, nebo kteří podobnou přednášku absolvovali.

Alois Kufner, Praha

DÁLE VYŠLO

AEQUATIONES MATHEMATICASE, Vol 2, No. 2—3. University of Waterloo, Ontario, Canada; Birkhäuser Verlag, Basel, Switzerland, 1969.

Toto další číslo časopisu Aequationes mathematicae je znovu věnováno sedmdesátému pátemu výročí narození významného matematika Alexandra M. Ostrovského. Mimo řady článků obsahuje toto číslo zprávu z konference o funkcionálních rovnicích, která se konala v Oberwolfachu ve dnech 17. až 22. června 1968.

M. Crestey: MATHÉMATIQUE SUPÉRIEURS ET SPÉCIALES. Tome 5: Exercices et problèmes résolus. Dunod, Paris 1969, 384 str., cena neudána.

V našem časopise byly již recensovány dva díly kursu vyšší matematiky od francouzského matematika A. Donedduho[1]). Nyní vyšel další díl tohoto kursu — Cvičení a řešené problémy, jehož autorem je M. Crestey. Kniha obsahuje 371 řešených, celkem obvyklých příkladů z algebry, afinní a projektivní geometrie, analysy, diferenciálních rovnic a kinematiky.

A. Kaufmann, D. Coster: EXERCICES DE COMBINATORIQUE AVEC SOLUTIONS I: Méthodes de dénombrement. Dunod, Paris, 1969, 156 str., cena neudána.

Další sbírka příkladů vycházející v nakladatelství Dunod, Paris. Obsahuje 95 řešených příkladů.

Redakce

[1]) Čas. pro pěst. mat. roč. *91* (1966), str. 366 a roč. *93* (1968), str. 240—241.