Časopis pro pěstování matematiky, roč. 105 (1980), Praha

RECENSE

Carl Ludwig Siegel: GESAMMELTE ABHANDLUNGEN. Bd IV, Herausgegeben von K. Chandrasekharan und H. Maas. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1979, str. 343. Cena DM 74,—.

Prvé tři díly Siegelových sebraných spisů vyšly v roce 1966. Jejich podrobná recense byla napsána prof. V. Jarníkem a otištěna v tomto časopise (roč. *92* (1967), 481—484).

Čtvrtý díl obsahuje sedmnáct Siegelových prací, které zahrnují další období jeho vědecké aktivity, které byly publikovány v letech 1968—1975. Knihu dále doplňuje Siegelova předmluva k práci „Zur Reduktionstheorie quadratischer Formen", která byla otištěna v díle třetím, obsah všech čtyř dílů, seznam všech knih a tiskem vyšlých záznamů z přednášek, opravy tiskových chyb a poznámky k prvým třem dílům, doslov H. Maase a Siegelova fotografie.

Pro podrobnou charakteristiku Siegelova díla odkazujeme čtenáře na citovanou Jarníkovou recensi. Čtvrtý díl jeho spisů jen dokumentuje šíři a hloubku jeho díla, která vynikne tím spíše, uvědomíme-li si, že tyto práce napsal C. L. Siegel po své sedmdesátce.

Převážná část ze sedmnácti prací se týká teorie čísel a teorie funkcí komplexní proměnné (eventuálně otázek na rozhraní těchto dvou oblastí). Jedna z prací je spíše historická vzpomínka (otištěná ve Frobeniových sebraných spisech) a dvě jsou věnovány problematice diferenciálních rovnic (o periodickém řešení resp. stabilitě pro systém dif. rovnic tvaru $\dot{x} = f(x)$).

V pracích z teorie čísel a teorie funkcí komplexní proměnné se Siegel jednak vrací tématicky k oblastem svého zájmu, jednak se zabývá problematikou současnou. Weierstrassova „Vorbereitungssatz", Eisensteinovy řady, Heckeho funkce dzeta, modulární formy na straně jedné, problematika algebraické teorie čísel (odhady jednotek, odhady řešení vztahu $N(\xi) = m$, o algebraické závislosti n-tých odmocnin na straně druhé. Velmi zajímavá je např. práce *Zum Beweise des Starkschen Satzes*, která osvětluje souvislost mezi touto větou (existuje právě devět imaginárních kvadratických těles s počtem tříd — „Klassenzahl" — rovným jedné) a teorii modulárních funkcí a dávající i „průzračnější" versi důkazu. (Pro ilustraci: H. M. Stark publikoval původní práci v r. 1967, Siegel ihned v r. 1968.)

Vzhledem k šíři Siegelových zájmů nelze asi doporučit jeho sebrané spisy k celkovému studiu. Měl by se však k nim obrátit každý, který se zabývá problematikou blízkou, neboť C. L. Siegel svými pracemi mnohá odvětví matematiky založil. Pro zájemce jsou všechny čtyři díly jeho sebraných spisů k dispozici v matematickém oddělení knihovny MFF UK.

Břetislav Novák, Praha

André Weil, NUMBER THEORY FOR BEGINNERS. With the Collaboration of Maxwell Rosenlicht. Springer-Verlag, New York 1979. Stran vii + 70, cena DM 11,—.

Elementární knížka pojednávající o základních pojmech teorie dělitelnosti, zbytkových třídách, kongruencích, rozložitelnosti polynomů apod. V souvislosti s těmito otázkami se objevuje pojem konečné grupy, cyklického prvku, řádu prvku. Netradiční se v knížce tohoto druhu zdá být poslední kapitola věnovaná teorii dělitelnosti Gaussových čísel neboli mřížových bodů. Knížka obsahuje řadu úloh a může být přístupná řešitelům matematické olympiády.

Jaroslav Zemánek, Praha

Robert L. Wilson: MUCH ADO ABOUT CALCULUS. A Modern Treatment with Applications Prepared for Use with the Computer. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer Verlag New York—Heidelberg—Berlin 1979. xvii + 788 str., s mnoha obr. a grafy. Cena DM 34,—.

Obsahem díla je především standardní program úvodního kursu matematické analýzy, podání látky se však často odchyluje od tradičního postupu. Po úvodní kapitole, která působí dojmem dost různorodé směsi, v níž se jen stručně mihne pojem funkce a spojitosti, následují dvě kapitoly o Riemannově-Stieltjesově integrálu, zavedeného pomocí horních a dolních součtů na základě věty o suprému, předložené jako axiom. V dalších třech kapitolách je zaveden pojem derivace a zkoumán jeho vztah k integrálu na základě věty o derivaci integrálu podle horní meze. Tyto kapitoly obsahují rovněž základní početní techniky derivování a integrování. Pak následují kapitoly o limitách, o nekonečných řadách (se zmínkou o iterovaných integrálech včetně substituční věty) a o diferenciálních rovnicích.

Autorovým cílem bylo napsat netradiční učebnici diferenciálního a integrálního počtu, která by byla použitelná pro různé typy základních kursů matematické analýzy. Měl přitom zřejmě na mysli především přednášky pro nematematiky. Proto je řada úvah prováděna spíše na intuitivním základě, často s obšírným motivačním materiálem. Autor se záměrně vyhýbá postupu „věta — důkaz“, často se o novém pojmu jen zmíní, aby se k němu později vrátil podrobněji a rigorózněji (srov. pojem limity ve IV. a VII. kapitole).

Druhou autorovou snahou, vyjádřenou v podtitulu i v předmluvě, bylo připravit text, umožňující co nejdříve práci s počítačem. Proto jsou dvě kapitoly věnovány numerickým metodám a interpolaci, a ve dvou dodatcích je uveden přehled programovacích jazyků FORTRAN a BASIC. Nezdá se mi však, že by zpracování látky dávalo v tomto směru o mnoho větší možnosti než dosavadní učebnice.

V obšírné předmluvě autor vysvětluje svůj záměr a navrhuje různé možnosti, jak jeho dílo použít v přednáškách s různým zaměřením i rozsahem. Pro naše vysokoškolské učitele je kniha zajímavá především úsilím, projevujícím se i v jiných textech zejména amerických autorů, totiž učinit matematiku přitažlivou i pro nespecialisty, zejména studenty humanitních oborů. Obsahuje řadu zajímavých nápadů a detailů, jiné lze však považovat za diskutabilní z hlediska metodologického a někdy i odborného.

Jiří Jarník, Praha

R. S. Liptser, A. N. Shiryayev: STATISTICS OF RANDOM PROCESSES (Statistika náhodných procesů). Applications of Mathematics 5, 6. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin. I. General Theory (Obecná teorie) 1977, X + 394 stran. Cena DM 64,80. II. Applications (Aplikace) 1978, X + 339 stran. Cena DM 66,—.

Soudobé inženýrské teorie převzaly pro popis náhodných procesů v technických zařízeních teorii stochastických diferenciálních rovnic, kterou založil Kiyosi Itô v letech 1944—1946. Řešení technických úloh, v prvé řadě z oblasti filtrace signálů a automatického řízení, přineslo novou problematiku i originální metody řešení. To způsobilo v šedesátých letech intenzívní rozvoj stochastické analýzy, jehož výsledky současně s novým přínosem autorů recenzovaná publikace velmi dobře postihuje. Ruské vydání vyšlo v roce 1974.

V dílu I jsou nejprve úvodní kapitoly z teorie martingalů, stochastických integrálů a stochastických diferenciálních rovnic. Přínosem poslední doby jsou zde zejména integrály vzhledem k obecným martingalům, reprezentace funkcionálů Wienerova procesu a procesů difúzního typu, teorie slabých řešení stochastických diferenciálních rovnic. Následují kapitoly o vzájemných hustotách pravděpodobnostních měr. Je v nich patrný význam Girsanovovy věty pro teorii difuzních procesů. Hustoty mají ve statistice náhodných procesů stejný význam jako ve statistice konečněrozměrné. V posledních kapitolách dílu I pojednávají autoři o teorii nelineární filtrace. Po odvození obecné rovnice filtrace probírají speciální případy, zejména filtraci Markovových procesů a Kalmanův-Bucyův lineární model.

Díl II je věnován aplikacím. Na počátku jsou definovány podmíněně gaussovské procesy a je pro ně rozvinuta teorie filtrace zobecňující filtraci v lineárním modelu. Tři kapitoly se týkají odhadu parametrů a testování statistických hypotéz v procesech difuzního typu, aplikací v teorii řízení a teorii informace. Poslední dvě kapitoly o martingalových metodách v bodových procesech byly zvlášť napsány pro anglické vydání. Obsahují teorii integrace pro bodové procesy, vyšetřování absolutní spojitosti měr a teorii filtrace.

Kniha se vyznačuje myšlenkovou bohatostí, různorodostí úloh i matematických prostředků potřebných k jejich řešení. Její četba vyžaduje dobré znalosti základů teorie náhodných procesů. Výklad postupuje od axiomatiky teorie pravděpodobnosti k modelům procesů důležitých pro aplikace.

Petr Mandl, Praha

Rodney David Driver: ORDINARY AND DELAY DIFFERENTIAL EQUATIONS. Applied Mathematical Sciences, vol. 20. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1977. Stran 501, 35 obr. cena DM 33,60.

Kniha je úvodní učebnicí obyčejných diferenciálních rovnic. Vznikla z autorových universitních přednášek konaných v letech 1970—1977. Od ostatních učebnic podobného zaměření se odlišuje především tím, že do textu je organicky včleněn výklad základů teorie obyčejných diferenciálních rovnic se zpožděným argumentem. Zákonitě rozsah vyložené látky týkající se obyčejných diferenciálních rovnic (bez zpoždění) je poněkud menší než v jiných učebnicích. Také v porovnání s dosud vydanými učebnicemi věnovanými výhradně diferenciálním rovnicím se zpožděním (např. Bellman a Cooke, Myškis, Halanay, Mitropolskij a Martynjuk, Hale apod.) tu čtenář najde méně výsledků z teorie diferenciálních rovnic se zpožděním. Zato je však v Driverově knize teorie doplněna množstvím příkladů a teoretických problémů. (Řešení nebo návody k řešení jsou uvedeny na konci knihy.) Pokud jde o diferenciální rovnice se zpožděním, je to po této stránce asi nejlépe vybavená učebnice.

Text je rozdělen do devíti kapitol. Po úvodní kapitole, která se vedle základní klasifikace a motivujících fyzikálních příkladů zabývá také řešením elementárních skalárních rovnic (lineární rovnice a rovnice se separovanými proměnnými), následují tři kapitoly věnované diferenciálním rovnicím bez zpoždění. Obsah je patrný z jejich názvů: Jednoznačnost a Lipschitzovy podmínky pro obyčejné diferenciální rovnice (II), Lineární rovnice n-tého řádu (III) a Lineární systémy obyčejných diferenciálních rovnic (IV). (Existenční věty jsou zatím uvedeny jen pro lineární systémy.) Kapitola V je úvodem k diferenciálním rovnicím se zpožděním. Je tu uvedena řada motivujících příkladů. (Kromě fyzikálních úloh také úlohy z teorie čísel a z biomatematiky.) Po zavedení terminologie a klasifikace pak autor na příkladech ukazuje základní rozdíly mezi diferenciálními rovnicemi bez zpoždění a se zpožděním. Na závěr kapitoly je pak sformulována počáteční úloha a za předpokladu, že jsou splněny Lipschitzovy podmínky, je dokázána jednoznačnost jejího řešení (pokud existuje). Teprve v kapitole VI jsou uvedeny a dokázány (lokální i globální) věty o existenci řešení pro obyčejné diferenciální rovnice bez zpoždění i se zpožděním. Kapitola VII se zabývá systémy lineárních diferenciálních rovnic se zpožděním. Je tu uvedena formule pro řešení nehomogenního systému pomocí řešení příslušného homogenního systému (variace parametrů). Pozornost je věnována i systémům s konstantními koeficienty. Předposlední kapitola (VIII) je věnována otázkám stability (Ljapunovova nepřímá metoda, asymptotická stabilita, slabě nelineární systémy) řešení obyčejných diferenciálních rovnic bez zpoždění i se zpožděním. Poslední kapitola (IX) je úvodem do analysy ve fázové rovině pro systémy dvou obyčejných diferenciálních rovnic.

Výklad je vždy přesný, dobře promyšlený a srozumitelný. Zavedení nových pojmů je vždy pečlivě motivováno. Protože se autor omezuje na klasickou teorii (s řešeními spojitě diferencovatelnými), pro pochopení látky čtenáři stačí základní znalosti matematické analysy v rozsahu prvních dvou semestrů na vysokých školách technického zaměření. V podstatě se vystačí se slušně zažitou „ε — δ gymnastikou" a znalostí Riemannova integrálu. Není nutná ani znalost Lebesgueova integrálu. Potřebné výsledky z analysy jsou pro čtenářovo pohodlí shrnuty ve dvou dodatcích na konci knihy.)

Celkově lze říci, že se autorovi podařilo napsat velmi pěknou učebnici srozumitelnou velmi širokému okruhu čtenářů, aniž by musel cokoliv slevit z matematické přesnosti.

Milan Tvrdý, Praha

Robert J. Walker: ALGEBRAIC CURVES; Springer Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1978; 201 stran, 25 obrázků, cena DM 22,—.

Recenzovaná kniha představuje druhé nezměněné vydání monografie, jejíž vydání první bylo realizováno v roce 1950 (Princeton, New Jersey), o dvě léta později pak vyšel ruský překlad tohoto vydání (Izdatělstvo innostrannoj litěratury, Moskva, 1952) dostupný též u nás.

Je v matematické literatuře vskutku málo knih, které — neztrácejíce úvodní učebnicový ráz a používajíce elementárního aparátu — podávají na poměrně málo stránkách ucelený exaktní výklad rozsáhlé teorie. Je nasnadě soudit, že to byla právě tato přednost, která vedla po bezmála 30ti letech k reedici této práce, „navzdory" prudkému rozvoji algebraické geometrie v poválečných letech dokumentovanému řadou objevitelských prací autorů francouzských, amerických, sovětských a japonských.

Nyní podrobněji k vlastnímu obsahu knihy. V kap. I. (Algebraický úvod) je vybudován algebraický aparát potřebný pro studium knihy celé (např. elementy teorie ideálů jsou vyloženy až v kap. V., kdy se užití této teorie stane aktuálním), při tom je výběr látky striktně podřízen účelu knihy. Dominují zde proto stati o dělitelnosti v oboru integrity polynomů, Taylorově rozvoji, homogenních polynomech a eliminaci.

V kap. II. (Projektivní prostory) jsou vyloženy základy lineární geometrie n-rozměrného projektivního prostoru. Pojem projektivního prostoru i výklad se opírá o projektivní souřadnice.

Teorie rovinných algebraických křivek je presentována v dalších dvou kapitolách:

V kap. III. (Rovinné algebraické křivky) jsou obsaženy partie, jejichž výklad je nezávislý na pojmu větve křivky. Sem patří přirozeně sám pojem algebraické rovinné křivky, vzájemná poloha přímky a křivky včetně pojmu násobnosti průsečíku, násobnost bodu na algebraické křivce, společné body dvou algebraických křivek (bez pojmu násobnosti), lineární systémy křivek. Značný důraz je kladen na kvadratické transformace, redukci (rozpuštění) singularit a teorii soumezných bodů. Je odvozena známá podmínka pro nerozložitelnost kuželosečky, Pascalova věta a je vyšetřována konfigurace inflexních bodů regulární kubiky (kubiky bez singulárních bodů).

V kap. IV. (Formální potenční řady) je zaveden pojem parametrizace a větve rovinné algebraické křivky. Je podán konstruktivní důkaz věty, že každý bod algebraické křivky je středem (počátkem) některé její větve. (V originále je pro větev použito termínu „the place" naznačujícího souvislost větve křivky s valuací a tedy i „místem" tělesa racionálních funkcí na křivce). Je vyslovena definice násobnosti průsečíku dvou algebraických křivek a dokázána Bézoutova věta o násobnostech průsečíků dvou křivek. Dále jsou odvozeny prvé dva Plückerovy vzorce (pro třídu a počet inflexních bodů). Závěrem kapitoly je vyslovena a dokázána Noetherova věta a ukázána řada jejich aplikací.

Záběr posledních dvou kapitol je rozsáhlý. Kap. V. (Zobrazení křivek) je zaměřena, jak vyjadřuje název, na podrobnější studium zobrazení křivek a to především zobrazení racionálních resp. biracionálních. Biracionálního zobrazení je originálním způsobem využito k definici prostorové algebraické křivky. V této kapitole je též rozšířen algebraický aparát o pojem a vlastnosti ideálu v okruhu a o konečně generovaná rozšíření tělesa. Zavádí se pojem tělesa racionálních funkcí na ireducibilní algebraické křivce a na základě něho biracionální ekvivalence křivek. Jsou odvozeny duální Plückerovy vzorce a stručně pojednáno o algebraických korespondencích. Zejména je dokázána podmínka, kdy je algebraická korespondence racionálním zobrazením. Závěrem kapitoly je stručně pojednáno o valuacích komutativních těles a dokázána věta, že každá valuace tělesa racionálních funkcí na ireducibilní křivce určuje jednoznačně jistou větev této křivky.

V VI. kap. (Lineární řady) je nejprve vyložena obecná teorie lineárních řad divisorů (cyklů) na křivce. Je ukázána souvislost lineárních řad a racionálních zobrazení křivky, dokázána věta o úplné redukci singularit, pojednáno o normálních křivkách. Stěžejní postavení v této kapitole má samozřejmě pojem kanonické řady a pojem rodu křivky. Je dokázána celá série závažných vět, z nichž jmenujme alespoň větu Riemannovu-Rochovu a Brillovu-Noetherové. Je provedena klasifikace křivek na racionální, eliptické, hypereliptické a nehypereliptické, vyšetřena souvislost mezi póly racionálních funkcí na křivce a divisory. Na konec je pojednáno o geometrii na regulární kubické křivce.

Výklad v celé knize je doprovázen řadou příkladů. Ke každému paragrafu jsou připojena cvičení.

Kniha patří svým obsahem i metodami mezi klasické učebnice algebraické geometrie. Korektním způsobem však dosahuje maximálního efektu s minimálním aparátem. Její studium lze doporučit každému vysokoškolsky graduovanému pracovníku v oboru matematika i každému studentu matematiky, který chce nebo jemuž je třeba se rigorosně i ekonomicky seznámit s teorií algebraických křivek.

Dalibor Klucký, Olomouc

Jacob Wolfowitz: CODING THEOREMS OF INFORMATION THEORY. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1978. Stran 173, cena DM 54,—.

Kniha obsahuje matematicky přesně formulované pravděpodobnostní základy teorie informace. Toto její třetí vydání, které se podstatně liší od předchozích, obsahuje patnáct kapitol. Přepracovány byly nejen mnohé důkazy vět, ale prakticky dvě třetiny knihy. O rozsahu změn svědčí to, že dvě kapitoly byly vynechány, šest nově zařazeno, jedna podstatně zkrácena a jedna rozšířena. Beze změn zůstalo pouze prvních pět částí. Jednotlivé partie knihy nejsou mezi sebou silně vázány. Ke čtení posledních pěti kapitol, které obsahují hlavní doplnění proti předchozím vydáním — teorii zkreslení, je možno přistoupit již po krátkém studiu předchozích částí.

V prvních dvou kapitolách je čtenář uveden do problematiky knihy popisem modelu diskrétního kanálu bez paměti. Dále jsou podány kombinatorické základy, zavedena funkce entropie a vyšetřeny její vlastnosti.

V kapitolách 3 až 7 jsou probrány různé varianty diskrétního kanálu, tj. případ, kdy „abecedy", které používá vysílací a přijímací element, jsou obě konečné. Každé přenosové zařízení je charakterizováno pravděpobnostní funkcí přenosu, tj. pravděpodobnostmi, že při vyslání prvku i vysílací abecedy bude přijat prvek j přijímací abecedy. Nechť n je přirozené číslo a $\lambda \in \langle 0; 1 \rangle$. Cílem při přenosu n-členných „slov" je nalézt určitý počet N dostatečně odlišných slov $u_1, \ldots, u_N$ vytvořených z vysílací abecedy a disjunktní rozklad na N částí $A_1, \ldots, A_N$ množiny všech n-tic prvků přijímací abecedy tak, aby rozhodovací mechanismus tvaru: bylo přijato slovo patřící do A_i, tedy bylo vysláno u_i $(i = 1, \ldots, N)$, měl pravděpodobnost chyby menší nebo rovnou λ. Jsou zde dokázány věty, které při daném množství prvků obou abeced a daných n a λ omezují N shora (absolutně) a zdola (pro vhodně zvolené $u_1, \ldots, u_N, A_1, \ldots, A_N$). Speciální roli v příslušných formulích hraje hodnota kapacity kanálu.

Autor řeší postupně mnoho modelů diskrétního kanálu bez paměti, které se liší podle toho, zda stav přenosového zařízení (tj. pravděpodobnostní funkce přenosu) je stálý nebo se mění a zda se mění mezi přenosy písmen nebo jen mezi přenosy celých n-členných slov. Zvláštní pozornost je věnována případům, kdy pouze vysílající, resp. pouze přijímající, element zná stav přenosového zařízení. Vyšetřuje se, jaký vliv má pak skutečnost, že vysílající může vhodně volit vysílaná slova $u_1, \ldots, u_N$, resp. přijímající může vhodně volit disjunktní rozklad $A_1, \ldots, A_N$.

V dalším se autor věnuje modelu diskrétního kanálu s konečnou pamětí, definici obecného diskrétního kanálu. Probírá metodu maximálního kódu a metodu náhodných kódů. Uvádí model kanálu, který nemá kapacitu.

V kapitole 8 je projednán případ tzv. polospojitého kanálu bez paměti, tj. případ, kdy vstupní abeceda je konečná, ale výstupní abeceda je nekonečná. Odlišnost proti diskrétnímu kanálu bez paměti se v matematických zápisech projevuje pouze v tom, že podmíněné pravděpodobnosti jsou nahrazeny podmíněnými hustotami.

Kapitola 9 je věnována modelu spojitého kanálu s aditivním gaussovským šumem. Za vstupní „abecedu" se volí interval $\langle 0; 1 \rangle$. Vysílaná hodnota $x \in \langle 0; 1 \rangle$ se přenosem zkreslí na $x + y$, kde y je náhodně vybraný prvek z normálního rozložení s nulovou střední hodnotou a známým rozptylem.

V kapitolách 11 až 15 je uvedena teorie zkreslení, definována funkce zkreslení a vyšetřeny její vlastnosti. Jsou zde řešeny modely, kde vysílaná informace má více složek a ty jsou kódovány, resp. dekódovány zvlášť. Je probrána také možnost, že dekódovací zařízení má nějakou další znalost o vysílané informaci. Poslední část je věnována modelu dvoustupňového kanálu, který obsahuje tři elementy: vysílací (I), retranslační (II) a přijímací (III). Element I chce vyslat jednak dvojici zpráv (i, j) do II a jednak má zájem, aby zpráva j byla prostřednictvím II doručena elementu III.

Celkově lze říci, že kniha je přehledně rozčleněna a k jejímu studiu je třeba znát pouze základy teorie pravděpodobnosti. Nesporným kladem je skutečnost, že autor často do výkladu vkládá slovní formulaci problémů. V závěru je uveden rozsáhlý seznam literatury.

Antonín Lešanovský, Praha

S. Fučík, J. Nečas, V. Souček: EINFÜHRUNG IN DIE VARIATIONSRECHNUNG. Teubner-Texte zur Mathematik, Leipzig 1977, 175 stran, cena DM 17,50.

Jedná se o upravený překlad učebního textu, který autoři vydali pro studenty MFF KU v r. 1972. Zatímco převážná většina dosavadní monografické literatury představuje klasický variační počet, autoři zde velmi přehlednou a srozumitelnou formou podávají základní informace o moderních metodách v této disciplině. Knížka je rozdělena do pěti kapitol. První z nich je věnována základům abstraktního variačního počtu. Dokazují se zde fundamentální abstraktní věty o existenci minima funkcionálu na Banachově prostoru, vyšetřují se Gâteauxovy a Fréchetovy diferenciály funkcionálů a ukazují se podmínky pro lokální extrém i pro extrém vzhledem k dané varietě. Variačními metodami se zkoumá existence řešení abstraktních nelineárních rovnic v Banachových prostorech. Nechybí ani stručný výklad některých přibližných metod. Ve druhé kapitole se dokazuje na základě předchozích výsledků existence řešení integrálních rovnic Hammersteinova typu a podobně ve třetí kapitole se zkoumá existence slabých řešení okrajových úloh pro eliptické nelineární parciální diferenciální rovnice. Ve čtvrté kapitole se autoři zabývají některými klasickými úlohami variačního počtu. Vyšetřuje se podrobně úloha s pevnými konci, zvláštní paragrafy jsou věnovány také klasickým i zobecněným řešením variačních úloh v parametrickém tvaru, vázaným extrémům a úloze s volnými konci. Poslední kapitola je věnována problematice minimálních ploch. Ve stručnosti se zkoumají slabá řešení Dirichletovy úlohy pro funkcionál minimální plochy na prostoru $W_1^{(1)}$.

V textu užité výsledky nelineární funkcionální analýzy jsou přehledně shrnuty ve zvláštním paragrafu kapitoly 1. Vysvětelna jsou též všechna užitá tvrzení o Němyckého operátorech (kapitola 2) i o Soboleovových prostorech (kapitola 3). Předpokládá se pouze znalost základů analýzy.

Milan Kučera, Praha