

Úlohy a problémy

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 85 (1960), No. 1, 92

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/108117>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1960

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ÚLOHY A PROBLÉMY

1. Necht je dán konečný počet míst, která mají být spojena elektrickým vedením tak, aby vznikla síť, ve které jsou spojena každá dvě místa buď přímo nebo přes jiná místa (souvinnost sítě) a při tom, aby celková délka vedení byla co nejkratší (minimalita sítě). Při tom se předpokládá, že vzdálenosti mezi jednotlivými místy jsou dány. Konstrukci takovéto sítě podali O. BORŮVKA (O jistém problému minimálním, Práce mor. přír. spol., III (1926), 37—58), J. LUKASZIEWICZ (Sur la liaison et la division des points d'un ensemble fini, Colloquium Math. II (1951), 282—285) a J. B. KRUSKAL (On the shortest spanning subtree of a graph, Proc. Amer. Math. Soc. 7 (1956), 48—50).

Vedle požadavků souvinnosti a minimality sítě je přirozený požadavek spolehlivosti, tj. požadavek, aby při přerušení vedení mezi libovolnými dvěma různými místy zůstala zachována souvinnost sítě. Jde o to podat jednoduchou a rychlou konstrukci souvinné, minimální a při tom spolehlivé sítě. Výše uvedené konstrukce nemusí v tomto případě vést k cíli.

V teorii grafů jde o tento problém:

Je dán konečný, neorientovaný graf (V, E) bez smyček, jehož každé dva různé uzly jsou spojeny právě jednou hranou (tj. je to úplný graf) a kladná, reálná funkce φ definovaná na množině E , tzv. ohodnocení grafu (V, E) (V příp. E značí množinu všech uzlů příp. hran grafu (V, E)). Najděte souvinný subgraf daného grafu, tvaru (V, A) , jehož každá hrana leží alespoň na jedné jeho kružnici a při tom výraz $\sum_{h \in A} \varphi(h)$ je minimální. Uvažujte zejména případ, když φ je tzv. ostrým ohodnocením, tj. splňuje podmínku

$$h', h'' \in E, \quad \varphi(h') = \varphi(h'') \Rightarrow h' = h''.$$

Karel Čulík, Brno

*

2. Rozhodněte, zda každé liché přirozené číslo m je možno vyjádřit ve tvaru $x - \varphi(x)$, kde x je vhodné přirozené číslo a φ je známá Eulerova číselně-teoretická funkce.

Poznámka. Existují sudá přirozená čísla m , která není možno v uvedeném tvaru vyjádřit. V prvních dvou stovkách přirozených čísel jsou to čísla $m = 10, 26, 34, 50, 52, 58, 86, 100, 116, 122, 130, 134, 146, 154, 170, 172, 186$.

Jiří Sedláček, Praha