Časopis pro pěstování matematiky, roč. 85 (1960), Praha

ÚLOHY A PROBLÉMY

1. Nechť je dán konečný počet míst, která mají být spojena elektrickým vedením tak, aby vznikla síť, ve které jsou spojena každá dvě místa buď přímo nebo přes jiná místa (souvislost sítě) a při tom, aby celková délka vedení byla co nejkratší (minimalita sítě). Při tom se předpokládá, že vzdálenosti mezi jednotlivými místy jsou dány. Konstrukci takovéto sítě podali O. Borůvka (O jistém problému minimálním, Práce mor. přír. spol., *III* (1926), 37—58), J. Lukasziewicz (Sur la liaison et la division des points d'un ensemble fini, Colloqium Math. *II* (1951), 282—285) a J. B. Kruskal (On the shortest spanning subtree of a graph, Proc. Amer. Math. Soc. 7 (1956), 48—50).

Vedle požadavků souvislosti a minimality sítě je přirozený požadavek spolehlivosti, tj. požadavek, aby při přerušení vedení mezi libovolnými dvěma různými místy zůstala zachována souvislost sítě. Jde o to podat jednoduchou a rychlou konstrukci souvislé, minimální a při tom spolehlivé sítě. Výše uvedené konstrukce nemusí v tomto případě vést k cíli.

V teorii grafů jde o tento *problém:*

Je dán konečný, neorientovaný graf (V, E) bez smyček, jehož každé dva různé uzly jsou spojeny právě jednou hranou (tj. je to úplný graf) a kladná, reálná funkce φ definovaná na množině E, tzv. ohodnocení grafu (V, E) (V příp. E značí množinu všech uzlů příp. hran grafu (V, E)). Najděte souvislý subgraf daného grafu, tvaru (V, A), jehož každá hrana leží alespoň na jedné jeho kružnici a při tom výraz $\sum_{h \in A} \varphi(h)$ je minimální. Uvažujte zejména případ, když φ je tzv. ostrým ohodnocením, tj. splňuje podmínku

$$h', h'' \in E\,, \quad \varphi(h') = \varphi(h'') \Rightarrow h' = h''\,.$$

Karel Čulík, Brno

*

2. Rozhodněte, zda každé liché přirozené číslo m je možno vyjádřit ve tvaru $x - \varphi(x)$, kde x je vhodné přirozené číslo a φ je známá Eulerova číselně-teoretická funkce.

Poznámka. Existují sudá přirozená čísla m, která není možno v uvedeném tvaru vyjádřit. V prvních dvou stovkách přirozených čísel jsou to čísla $m = 10, 26, 34, 50, 52,$ 58, 86, 100, 116, 122, 130, 134, 146, 154, 170, 172, 186.

Jiří Sedláček, Praha