Archivum Mathematicum

Josef Dalík

Verbandstheoretische Eigenschaften von Sprachen

Archivum Mathematicum, Vol. 12 (1976), No. 1, 31--42

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/106924`

ARCH. MATH. 1, SCRIPTA FAC. SCI. NAT. UJEP BRUNENSIS
XII: 31—42, 1976

VERBANDSTHEORETISCHE EIGENSCHAFTEN VON SPRACHEN

JOSEF DALÍK, Brno
(Eingegangen am 24. April 1975)

EINFÜHRUNG

In diesem Aufsatz wird eine Sprache als ein Paar (V, L) definiert, wobei V eine endliche Menge und L eine Teilmenge von V^* sind. Jeder Sprache (V, L) wird ein endlicher Verband $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ von Teilmengen der Menge $V^* \times V^*$ zugeordnet. In diesem Verband wird eine einfache Charakterisierung einiger rein linguistisch motivierten Begriffe gegeben, die in der Arbeit [1] zentrale Rolle spielen. Einige einfache Behauptungen aus der Verbandstheorie werden angeführt, die in diesem konkreten Fall in [1] bewiesen wurden. Weiter wird eine Antwort auf die Frage gegeben, ob es einige speziellen Bedingungen gibt, denen der Verband $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ für jede Sprache (V, L) genügt. Die gleiche Frage wird auch für den Verband aller abgeschlossenen Teilmengen der Menge V beantwortet, der jeder Sprache auf eine natürliche Weise zugeordnet wird.

Wir benutzen die in der Mengentheorie üblichen Bezeichnungen. Mit dem Zeichen $\emptyset$ wird leere Menge bezeichnet. Das Symbol $\{x\}$ wird eine Menge kennzeichnen, die das einzige Element x enthält. Eine Abbildung φ von A in B wird mit $\varphi\colon A \to B$ bezeichnet. Für $\varphi\colon A \to B$, $\psi\colon B \to C$ wird $\psi\varphi\colon A \to C$ mit der Vorschrift $\psi\varphi(x) = \psi[\varphi(x)]$ für alle $x \in A$ definiert. Das Symbol N wird die Menge aller natürlichen Zahlen bezeichnen. Das Zeichen ω_0 wird für die kleinste unendliche Ordinalzahl reserviert und die Kardinalzahl der Menge A wird mit *card* A bezeichnet.

Im Verband S mit dem kleinsten Element o wird $\sup_S \emptyset = o$ festgelegt. Statt der präzisen Bezeichnung total additiv irreduzibel (total additiv reduzibel, total additiv primitiv) wird kurz irreduzibel (reduzibel, primitiv) geschrieben.

§1 VERBANDSTHEORETISCHE HILFSMITTEL

1.1. Definition. Es sei S ein Verband. Ein Element $x \in S$ heißt

(1) *irreduzibel* (in S), wenn $x \in X$ für jede Menge $X \subseteq S$ mit der Eigenschaft $x = \sup_S X$.

(2) *reduzibel* (in S), wenn es eine Menge $X \subseteqq S$ gibt so, daß $x \in X$ und $x = \sup_S X$.
(3) *primitiv* (in S), wenn es für jede Menge $X \subseteqq S$ mit der Eigenschaft $x \leqq \sup_S X$ ein $x_0 \in X$ existiert so, daß $x \leqq x_0$.

1.2. Lemma. *Jedes Element, primitiv in einem Verband S, ist irreduzibel in S.*

1.3. Definition. Es sei S ein Verband mit dem kleinsten Element o. Ein Element $x' \in S$ heißt ein *Atom* (in S), wenn $o < x'$ und für jedes Element $x \in S$ mit $x < x'$ immer $x = o$ gilt. Ein Verband S heißt *atomar*, wenn es zu jedem $x \in S$, $x \neq o$, ein Atom $x' \in S$ gibt so, daß $x' \leqq x$ gilt.

1.4. Lemma. *Es sei S ein Verband mit dem kleinsten Element o. Jedes Atom in S ist irreduzibel.*

1.5. Definition. Es sei x_0 ein Element eines Verbandes S. Eine Menge $\{x_k \in S; 0 \leqq k < \alpha\}$, $\alpha \in \mathrm{N} \cup \{\omega_0\}$ wird eine *absteigende Kette* in S mit dem größten Element x_0 gennant, wenn es $x_{k-1} > x_k$ für jedes k, $1 \leqq k < \alpha$ gilt. Ist $\alpha \in \mathrm{N}$, so hat diese absteigende Kette eine *Länge* $\alpha - 1$. Für $\alpha = \omega_0$ sagen wir, daß diese Kette unendlich ist.

Ein Verband S genügt der *Minimalbedingung*, wenn für jedes $x \in S$ alle absteigenden Ketten in S mit dem größten Element x eine endliche Länge haben.

1.6. Lemma. *Ein Element x_0 und eine Teilmenge X seien in einem Verband S gegeben und es gelte $\sup_S X = x_0$. Zu jedem Element $x \in X$ sei eine Menge $M(x) \subseteqq S$ mit der Eigenschaft $\sup_S M(x) = x$ zugeordnet. Dann gilt $\sup_S \bigcup_{x \in X} M(x) = x_0$.*

Beweis. Ist $x \in \bigcup_{x \in X} M(x)$, so gibt es ein $x_1 \in X$ so, daß $x \in M(x_1)$. Es gilt $x \leqq \sup_S M(x_1) = x_1$ und das heißt $x \leqq \sup_S X = x_0$. Daraus folgt, daß x_0 eine obere Schranke der Menge $\bigcup_{x \in X} M(x)$ in S ist. Für jede obere Schranke x_1 von $\bigcup_{x \in X} M(x)$ in S gilt $x = \sup_S M(x) \leqq x_1$ für alle $x \in X$, also $x_0 = \sup_S X \leqq x_1$. Damit ist die Behauptung bewiesen.

1.7. Lemma. *Genügt ein Verband der Minimalbedingung, so läßt sich jedes seiner Elemente als Supremum einer Menge irreduzibler Elemente darstellen.*

Beweis. Das kleinste Element ist ein Supremum leerer Menge. Der Rest der Behauptung wird mit Hilfe von 1.6. mit demselben Verfahren wie Satz 28 in [2] bewiesen.

1.8. Lemma.
(1) *Jeder endliche Verband genügt der Minimalbedingung.*
(2) *Jeder Verband, der der Minimalbedingung genügt, ist atomar.*

Beweis. Die Behauptung (1) gilt offenbar. Zur Behauptung (2) sehe [2], Kapitel II, Übungsaufgabe 6.

1.9. Lemma. *Ein Verband S genüge der Minimalbedingung. Es sei $M \subseteqq S$ eine Obermenge der Menge aller irreduziblen Elemente von S. Dann ist ein Element $x_0 \in S$*

(1) *irreduzibel in S genau dann, wenn $x_0 \in X$ für jede Menge $X \subseteqq M$ mit der Eigenschaft $x_0 = \sup_S X$.*

(2) *primitiv in S genau dann, wenn es für jede Menge $X \subseteqq M$ mit der Eigenschaft $x_0 \leqq \sup_S X$ ein Element $x' \in X$ gibt so, daß $x_0 \leqq x'$ ist.*

Beweis. Ein Element $x_0 \in S$ habe die Eigenschaft, daß für jede Menge $X \subseteqq M$, für die $x_0 = \sup_S X$ ist, auch $x_0 \in X$ gilt. Es sei jetzt $X \subseteqq S$ und $x_0 = \sup_S X$. Aus 1. 7. folgt: Für jedes Element $x \in X$ gibt es eine Menge $M(x) \subseteqq M$ so, daß $x = \sup_S M(x)$. Dann gilt nach 1. 6. $x_0 = \sup_S \bigcup_{x \in X} M(x)$. Weil $\bigcup_{x \in X} M(x) \subseteqq M$, ist $x_0 \in \bigcup_{x \in X} M(x)$. Es gibt also ein $x_1 \in X$ so, daß $x_0 \in M(x_1)$. Es gilt: $x_0 \leqq \sup_S M(x_1) \leqq \leqq \sup_S \sup_{x \in X} \sup_S M(x) = x_0$. Daraus folgt $x_0 = \sup_S M(x_1) = x_1$ und das heißt $x_0 \in X$. Also x_0 ist irreduzibel. Die Umkehrung der bewiesenen Implikation gilt offenbar. Man kann (2) mit demselben Verfahren wie (1) beweisen.

1.10. Lemma. *Ein Verband S genüge der Minimalbedingung und o sei das kleinste Element in S. Es sei $M \subseteqq S$ eine Obermenge der Menge aller irreduziblen Elemente von S mit der Eigenschaft $o \bar{\in} M$. Ein Element $x \in S$ ist ein Atom in S genau dann, wenn $x \in M$ und für jedes x' von M $x' \nless x$ gilt.*

Beweis. Ist x ein Atom in S, so gilt nach 1. 5. $x \in M$. Es sei $x' \in M$, $x' < x$. Daraus folgt $x' = o$, also $o \in M$. Das ist ein Widerspruch. Deshalb gilt für jedes $x' \in M$ $x' \nless x$. Es sei $x \in M$ und $x' \nless x$ für alle $x' \in M$. Dann $x \neq o$. Es sei $x'' \in S$, $x'' < x$. Nach 1. 7. gibt es eine Menge $M(x'') \subseteqq M$ so, dass $x'' = \sup_S M(x'')$. Es sei $x' \in M(x'')$. Dann $x' \leqq \sup_S M(x'') < x$ – Widerspruch. Also $M(x'') = \emptyset$ und $x'' = o$. Das heißt, daß x ein Atom in S ist.

1.11. Definition. Es sei S ein Verband, $M \subseteqq S$ eine Menge. Es sei für jedes $x \in S$:

$$I(M, x) = \{x' \in M; x' < x\}.$$

Im Falle $M = S$ wird statt $I(M, x)$ einfach $I(x)$ geschrieben.

1.12. Lemma. *Ein Verband S genüge der Minimalbedingung. Es sei $M \subseteqq S$ eine Obermenge der Menge aller irreduziblen Elemente von S. Dann ist ein Element $x_0 \in S$ irreduzibel in S genau dann, wenn $x_0 \in M$ und $\sup_S I(M, x_0) < x_0$.*

Beweis. Nach dem Beweis vom Satz 11 in [2] besitzt jede nach oben beschränkte Teilmenge von S ein Supremum. Deshalb existiert $\sup_S I(M, x_0)$ für jedes $x_0 \in S$.

Es gelte $\sup_S I(M, x_0) < x_0$. Es sei $X \subseteqq M$ so, daß $\sup_S X = x_0$. Ist $x < x_0$ für alle $x \in X$, so $X \subseteqq I(M, x_0)$ und es gilt: $x_0 = \sup_S X \leqq \sup_S I(M, x_0) < x_0$. Das ist ein Widerspruch. Deshalb $x_0 \in X$. Nach 1. 9. (1) ist x_0 irreduzibel.

Umgekehrt: Ist x_0 irreduzibel, so ist offenbar $x_0 \in M$ und die Voraussetzung $\sup_S I(M, x_0) = x_0$ führt zum Widerspruch, denn aus $x_0 \in I(M, x_0)$ folgt $x_0 < x_0$. Also $\sup_S I(M, x_0) < x_0$.

1.13. Definition. Es sei $\mathfrak{A}$ ein Mengensystem. Wir bezeichnen mit $\Sigma\mathfrak{A}$ das kleinste Mengensystem mit folgenden Eigenschaften:

(1) $\mathfrak{A} \subseteqq \Sigma\mathfrak{A}$.

(2) Ist $\mathfrak{B} \subseteqq \Sigma\mathfrak{A}$, so $\bigcup_{B \in \mathfrak{B}} B \in \Sigma\mathfrak{A}$.

$\Sigma\mathfrak{A}$ wird der *Vereinigungsabschluß des Systems* $\mathfrak{A}$ genannt.

1.14. Lemma. $\Sigma\mathfrak{A} = \{ \bigcup_{A \in \mathfrak{B}} A;\ \mathfrak{B} \subseteqq \mathfrak{A}\}$.

Beweis. Man bezeichne $\mathfrak{C} = \{ \bigcup_{A \in \mathfrak{B}} A;\ \mathfrak{B} \subseteqq \mathfrak{A}\}$. Es ist $\mathfrak{A} \subseteqq \mathfrak{C}$. Ist $\mathfrak{B} \subseteqq \mathfrak{C}$, so gibt es zu jedem $B \in \mathfrak{B}$ ein $\mathfrak{A}_B \subseteqq \mathfrak{A}$ so, daß $B = \bigcup_{A \in \mathfrak{A}_B} A$. Daraus folgt $\bigcup_{B \in \mathfrak{B}} B = \bigcup_{B \in \mathfrak{B}} (\bigcup_{A \in \mathfrak{A}_B} A) = \bigcup_{A \in \bigcup_{B \in \mathfrak{B}} \mathfrak{A}_B} A \in \mathfrak{C}$. $\mathfrak{C}$ hat also die Eigenschaften (1) und (2) aus 1.13. Aus der Minimalität von $\Sigma\mathfrak{A}$ folgt $\Sigma\mathfrak{A} \subseteqq \mathfrak{C}$.

Auf der anderen Seite $\mathfrak{B} \subseteqq \mathfrak{A}$ impliziert $\mathfrak{B} \subseteqq \Sigma\mathfrak{A}$. Also $\bigcup_{A \in \mathfrak{B}} A \in \Sigma\mathfrak{A}$ für jedes $\mathfrak{B} \subseteqq \mathfrak{A}$. Das heißt $\mathfrak{C} \subseteqq \Sigma\mathfrak{A}$.

Wir haben bewiesen $\mathfrak{C} = \Sigma\mathfrak{A}$.

1.15. Satz. *Zu jedem Mengensystem* $\mathfrak{A}$ *zugeordnetes Mengensystem* $\Sigma\mathfrak{A}$ *ist ein vollständiger Verband mit dem kleinsten Element* $\emptyset$ *und dem größten Element* $\bigcup_{A \in \mathfrak{A}} A$, *in dem die Operationen der mengentheoretischen und der verbandstheoretischen Vereinigung eins werden.*

Beweis. Das durch die Inklusion geordnete Mengensystem $\Sigma\mathfrak{A}$ hat das kleinste Element $\bigcup_{A \in \emptyset} A = \emptyset$. Nach 1.14. ist $\bigcup_{A \in \mathfrak{A}} A$ das größte Element in $\Sigma\mathfrak{A}$. Nach 1.13. (2) besitzt jedes Teilsystem von $\Sigma\mathfrak{A}$ ein Supremum in $\Sigma\mathfrak{A}$, das seiner mengentheoretischen Vereinigung gleich ist. Der Rest der Behauptung folgt aus der Gültigkeit der Behauptung, die dual zum Satz 10 in [2] ist.

1.16. Lemma. *Jedes irreduzible Element in* $\Sigma\mathfrak{A}$ *liegt in* $\mathfrak{A}$.

Beweis. Es sei $A_0 \in \Sigma\mathfrak{A}$ irreduzibel. Nach 1.14. gibt es ein Mengensystem $\mathfrak{B} \subseteqq \mathfrak{A}$ so, daß $A_0 = \bigcup_{A \in \mathfrak{B}} A$. Nach 1.15. ist $A_0 = \sup_{\Sigma\mathfrak{A}} \mathfrak{B}$. Daraus folgt $A_0 \in \mathfrak{B}$, also $A_0 \in \mathfrak{A}$.

1.17. Lemma. *Für jedes endliche Mengensystem* $\mathfrak{A}$ *ist* $\Sigma\mathfrak{A}$ *ein nichtleerer endlicher Verband.*

Beweis. Das Element $\bigcup_{A \in \emptyset} A$ liegt immer in $\Sigma\mathfrak{A}$. Es sei $n = card\ \mathfrak{A}$. Nach Voraussetzung $n \in N \cup \{0\}$. Aus 1.14. folgt, daß die Abbildung $\psi: 2^{\mathfrak{A}} \to \Sigma\mathfrak{A}$, die mit der Vorschrift $\psi(\mathfrak{B}) = \bigcup_{A \in \mathfrak{B}} A$ für jedes System $\mathfrak{B} \subseteqq \mathfrak{A}$ definiert ist, eine Abbildung von $2^{\mathfrak{A}}$ auf $\Sigma\mathfrak{A}$ ist. Deshalb *card* $\Sigma\mathfrak{A} \leqq$ *card* $2^{\mathfrak{A}} = 2^n$.

§2 LINGUISTISCHE GRUNDBEGRIFFE

2.1. Definition. Es sei V eine endliche Menge. Mit V^* werde das *freie Monoid über V* bezeichnet. V^* ist also die Menge aller endlichen Folgen von Elementen aus V einschließlich der leeren Folge Λ mit der Operation der Konkatenation. Die Elemente aus V^* werden wir *Ketten* nennen. Ist α eine Kette von V^*, so gibt es eine ganze Zahl $p \geqq 0$ und Elemente $a_1, a_2, \ldots, a_p \in V$ so, daß $\alpha = a_1 a_2 \ldots a_p$. Wir legen $|\alpha| = p$ fest. p wird die *Länge* von α genannt.

2.2. Definition. Es sei V eine endliche Menge, $L \subseteqq V^*$. Das geordnete Paar (V, L) wird eine *Sprache* genannt. Wird L eine endliche Menge sein, so wird (V, L) eine *endliche Sprache* genannt. Mit $\bar{L}$ wird das Komplement der Menge L in V^* bezeichnet; das heißt $\bar{L} = V^* - L$.

2.3. Definition. Das geordnete Paar $(\alpha, \beta) \in V^* \times V^*$ heißt ein *Kontext vom Elemente* $a \in V$ in einer Sprache (V, L), falls $\alpha a \beta \in L$. Es sei $a \in V$. Wir setzen fest:

$$\mathfrak{C}(a, V, L) = \{(\alpha, \beta) \in V^* \times V^*; \alpha a \beta \in L\}, \mathfrak{A}(V, L) = \{\mathfrak{C}(a, V, L); a \in V\}.$$

Die Menge $\mathfrak{C}(a, V, L)$ wird eine *Kontextmenge des Elementes a in* (V, L) genannt. Wird es aus dem Zusammenhang klar, um welche Sprache es geht, oder wird es nicht auf die konkrete Gestalt der Sprache ankommen, wird oft statt $\mathfrak{C}(a, V, L)$ einfach $\mathfrak{C}(a)$ geschrieben.

2.4. Definition. Man sagt, daß ein Element $a \in V$ *parasitär* in einer Sprache (V, L) ist, wenn $\mathfrak{C}(a, V, L) = \emptyset$.

2.5. Definition. Es sei (V, L) eine Sprache. Man nennt ein Element $a \in V$

(1) eine *Wurzel* (*in* (V, L)), wenn

$$\bigcup_{\mathfrak{C}(b) \subset \mathfrak{C}(a)} \mathfrak{C}(b) \subset \mathfrak{C}(a).$$

(2) ein *reines Homonym* (*in* (V, L)), wenn

$$\bigcup_{\mathfrak{C}(b) \subset \mathfrak{C}(a)} \mathfrak{C}(b) = \mathfrak{C}(a).$$

(3) ein *partielles Homonym* (*in* (V, L)), wenn a eine Wurzel ist und wenn es ein $b \in V$ gibt so, daß $\mathfrak{C}(b) \subset \mathfrak{C}(a)$.

(4) eine *initiale Wortform* (*in* (V, L)), wenn es für alle $b \in V$ $\mathfrak{C}(b) \not\subset \mathfrak{C}(a)$ gilt.
(5) *komplett*, wenn es für jede Menge $Y \subseteqq V$ gilt:

$$\mathfrak{C}(a) \subseteqq \bigcup_{b \in Y} \mathfrak{C}(b) \Rightarrow \text{es gibt ein } b_0 \in Y \text{ so, daß } \mathfrak{C}(a) \subseteqq \mathfrak{C}(b_0).$$

Alle diesen Begriffe mit der Ausnahme von 2.5. (5) wurden von J. Kunze in [1] definiert. Der Begriff des kompletten Elementes ist in einem gewissen Sinne ein Spezialfall des Begriffes der kompletten Menge, der auch in [1] definiert wurde.

§ 3 DER VEREINIGUNGSABSCHLUSS DES SYSTEMS ALLER KONTEXTMENGEN

3.1. Satz. *Zu jeder endlichen geordneten Menge* $(G, \leqq)$ *gibt es eine endliche Sprache* (V, L) *und ein Isomorphismus von* $(G, \leqq)$ *auf das durch Inklusion geordnete System* $\mathfrak{A}(V, L)$, *wobei Suprema in mengentheoretische Vereinigungen übergehen.*

Beweis. Man bezeichne mit $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ die Menge G. Es sei $V = G$.

Man bilde für $j = 1, 2, \ldots, n$ alle möglichen Ketten der Länge j aus solchen Elementen a_i, für die $a_i \nleqq a_j$. Es sei L die Menge aller solchen Ketten.

Die Sprache (V, L) ist endlich, weil $L \subsetneqq \{\alpha \in V^*; \mid \alpha \mid \leqq n\}$.

Es gelte $a_j, a_k \in V$, $a_j \leqq a_k$ und $(\alpha, \beta) \in \mathfrak{C}(a_j)$. Dann ist $\alpha a_j \beta$ eine Kette in L. Man bezeichne h ihre Länge. Das Element a_j kommt in Ketten der Länge h vor, also $a_j \nleqq a_h$. Im Falle $a_k \leqq a_h$ wäre $a_j \leqq a_h$ und das ist ein Widerspruch. Deshalb $a_k \nleqq a_h$ und a_k erscheint in Ketten der Länge h. Das heißt $\alpha a_k \beta \in L$, also $(\alpha, \beta) \in \mathfrak{C}(a_k)$. Wir haben bewiesen $\mathfrak{C}(a_j) \subseteqq \mathfrak{C}(a_k)$.

Umgekehrt sei $\mathfrak{C}(a_j) \subseteqq \mathfrak{C}(a_k)$ für $a_j, a_k \in V$. Lassen wir $a_j \nleqq a_k$ zu, so kommt a_j in einer Kette der Länge k in L for. Dagegen gilt $a_k \leqq a_k$ und das heißt, daß a_k in keiner Kette der Länge k in L vorkommt. Das ist ein Widerspruch zu der Voraussetzung $\mathfrak{C}(a_j) \subseteqq \mathfrak{C}(a_k)$. Es muß also $a_j \leqq a_k$ gelten.

Ist $a_j \neq a_k$ für $a_j, a_k \in V$, so ist $\mathfrak{C}(a_j) \neq \mathfrak{C}(a_k)$. Gilt nämlich $\mathfrak{C}(a_j) = \mathfrak{C}(a_k)$, ist $\mathfrak{C}(a_j) \subseteqq \mathfrak{C}(a_k)$, $\mathfrak{C}(a_k) \subseteqq \mathfrak{C}(a_j)$ und daraus folgt $a_j \leqq a_k$, $a_k \leqq a_j$. Das heißt $a_j = a_k$.

$\mathfrak{C}$ ist also ein Isomorphismus von $(G, \leqq)$ auf das Mengensystem $\mathfrak{A}(V, L)$, das durch Inklusion geordnet ist.

Es sei $a_k = \sup_G \emptyset$. Dann $a_k \leqq a$ für alle $a \in V$. Das heißt, daß a_k in keiner Kette von L vorkommt, also $\mathfrak{C}(a_k) = \emptyset$. Es gilt also $\mathfrak{C}(a_k) = \bigcup_{a \in \emptyset} \mathfrak{C}(a)$.

Es sei jetzt $a_k = \sup_{G\, 1 \leqq i \leqq p} a_{j_i}$, $p \geqq 1$. Dann $a_{j_i} \leqq a_k$ und daraus folgt $\mathfrak{C}(a_{j_i}) \subseteqq \mathfrak{C}(a_k)$ für $i = 1, 2, \ldots, p$. Deshalb $\bigcup_{i=1}^{p} \mathfrak{C}(a_{j_i}) \subseteqq \mathfrak{C}(a_k)$. Es sei $(\alpha, \beta) \in \mathfrak{C}(a_k)$. Die Kette $\alpha a_k \beta$ liegt in L und hat eine gewisse Länge h. Also $a_k \nleqq a_h$. Gilt $a_{j_i} \leqq a_h$ für i $= 1, 2, \ldots,$ p, ist $a_k = \sup_G\limits_{1 \leqq i \leqq p} a_{j_i} \leqq a_h$. Das ist aber ein Widerspruch. Deswegen gibt es ein t, $1 \leqq \leqq t \leqq p$, so, daß $a_{j_t} \nleqq a_h$. Das Element a_{j_t} kommt in L in Ketten der Länge h vor. Das heißt speziell $\alpha a_{j_t}\beta \in L$. Also $(\alpha, \beta) \in \mathfrak{C}(a_{j_t}) \subseteqq \bigcup\limits_{i=1}^{p} \mathfrak{C}(a_{j_i})$. Wir haben gezeigt: $\mathfrak{C}(a_k) \subseteqq \bigcup\limits_{i=1}^{p} \mathfrak{C}(a_{j_i})$. Dies gibt zusammen mit dem vorgehenden Ergebnis, daß $\mathfrak{C}(a_k) = \bigcup\limits_{i=1}^{p} \mathfrak{C}(a_{j_i})$ gilt. Damit ist der Satz bewiesen.

3.2. Satz. *Zu jedem nichtleeren endlichen Verband S gibt es eine endliche Sprache (V, L) mit folgenden Eigenschaften:*

(1) $S \cong \Sigma\mathfrak{A}(V, L)$.

(2) *Zu jeder Menge X, $X \subseteqq V$, gibt es ein Element $a_X \in V$ so, daß* $\mathfrak{C}(a_X, V, L) = \bigcup\limits_{a \in X} \mathfrak{C}(a, V, L)$.

Beweis. Nach 3.1. existiert eine endliche Sprache (V, L) und ein Isomorphismus von S auf das durch Inklusion geordnete System $\mathfrak{A}(V, L)$, wobei Suprema in mengentheoretische Vereinigungen übergehen. Infolge dessen enthält das System $\mathfrak{A}(V, L)$ mit jedem Teilsystem auch seine mengentheoretische Vereinigung. Daraus folgt, daß für jede Menge $X \subseteqq V$ auch $\bigcup\limits_{a \in X} \mathfrak{C}(a) \in \mathfrak{A}(V, L)$ gilt, also gibt es ein Element $a_X \in V$ so, daß $\bigcup\limits_{a \in X} \mathfrak{C}(a) = \mathfrak{C}(a_X)$. Das heißt $\mathfrak{A}(V, L) = \Sigma\mathfrak{A}(V, L)$.

3.3. Korollar. *Die Verbände der Form $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ representieren gerade alle endlichen nichtleeren Verbände.*

Beweis. Das System $\mathfrak{A}(V, L)$ ist endlich für jede Sprache (V, L). Daraus und aus 1.17. folgt, daß $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ ein endlicher nichtleerer Verband für jede Sprache (V, L) ist. Der Rest der Behauptung folgt aus 3.2.

3.4. Korollar. *Zu jeder Sprache (V, L) gibt es eine endliche Sprache (V_1, L_1) so, daß $\Sigma\mathfrak{A}(V, L) \cong \Sigma\mathfrak{A}(V_1, L_1)$.*

Beweis. Nach 3.3. ist $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ ein nichtleerer endlicher Verband. Nach 3.2. gibt es zu $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ eine endliche Sprache (V_1, L_1) so, daß $\Sigma\mathfrak{A}(V, L) \cong \Sigma\mathfrak{A}(V_1, L_1)$.

3.5. Satz. *Ein Element A ist irreduzibel im Verband $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ genau dann, wenn es eine Wurzel $a_0 \in V$ gibt so, daß $A = \mathfrak{C}(a_0, V, L)$.*

Beweis. Nach 3.3. und 1.8. (1) genügt der Verband $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ der Minimalbedingung. Nach 1.16. ist $\mathfrak{A}(V, L)$ eine Obermenge der Menge aller irreduziblen Elemente in $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$. Daraus und aus 1.12. folgt, daß ein Element A genau dann irreduzibel in $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ ist, wenn $A \in \mathfrak{A}(V, L)$ und $\sup_{\Sigma\mathfrak{A}(V,L)} I(\mathfrak{A}(V, L), A) < A$. Nach 1.15. kommt dies vor genau dann, wenn es ein Element $a_0 \in V$ gibt so, daß $A = \mathfrak{C}(a_0)$ und $\bigcup\limits_{\mathfrak{C}(a) \subset \mathfrak{C}(a_0)} \mathfrak{C}(a) \subset \mathfrak{C}(a_0)$.

3.6. Korollar. ([1], Hilfssatz 5). *Für jede Sprache (V, L) gibt es zu jedem Elemente $a_0 \in V$ eine Menge $M(a_0)$ von Wurzeln so, daß* $\mathfrak{C}(a_0, V, L) = \bigcup_{a \in M(a_0)} \mathfrak{C}(a, V, L)$.

Beweis. Die Behauptung folgt aus 3.5., 3.3., 1.8. (1) und 1.7.

3.7. Korollar. *Ein Element $a_0 \in V$ ist ein reines Homonym in (V, L) genau dann, wenn $\mathfrak{C}(a_0, V, L)$ reduzibel in $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ ist.*

Beweis. Aus der Inklusion $\bigcup_{\mathfrak{C}(a) \subset \mathfrak{C}(a_0)} \mathfrak{C}(a) \subseteqq \mathfrak{C}(a_0)$ folgt, daß ein Element a_0 genau dann ein reines Homonym ist, wenn a_0 keine Wurzel ist. Nach 3. 5. ist a_0 keine Wurzel genau dann, wenn $\mathfrak{C}(a_0)$ nicht irreduzibel, das heißt genau dann, wenn $\mathfrak{C}(a_0)$ reduzibel in $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ ist.

3.8. Satz. *Es sei (V, L) eine Sprache, die keine parasitären Elemente enthält. Ein Element A ist ein Atom im Verband $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ genau dann, wenn es eine initiale Wortform $a_0 \in V$ gibt so, daß $A = \mathfrak{C}(a_0, V, L)$.*

Beweis. Die Voraussetzung des Satzes ist mit $\emptyset \bar{\in} \mathfrak{A}(V, L)$ äquivalent. Nach 1.10. ist A ein Atom in $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ genau dann, wenn $A \in \mathfrak{A}(V, L)$ und für jedes $B \in \mathfrak{A}(V, L)$ $B \not\subset A$ gilt. Dies kommt genau dann vor, wenn es ein $a_0 \in V$ gibt so, daß $A = \mathfrak{C}(a_0)$ und $\mathfrak{C}(a) \not\subset \mathfrak{C}(a_0)$ für alle $a \in V$.

3.9. Korollar. *Es sei (V, L) eine Sprache, die keine parasitären Elemente enthält. Dann ist jede initiale Wortform in (V, L) eine Wurzel.*

Beweis. Die Behauptung folgt aus 3.8., 1.4. und 3.5.

3.10. Satz. *Es sei (V, L) eine Sprache, die keine parasitären Elemente enthält. Dann ist ein Element A irreduzibel und kein Atom im Verband $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ genau dann, wenn es ein partielles Homonym $a_0 \in V$ gibt so, daß $A = \mathfrak{C}(a_0, V, L)$.*

Beweis. Nach 3.5. und 3.8. ist A irreduzibel und kein Atom in $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ genau dann, wenn es ein $a_0 \in V$ gibt so, daß $A = \mathfrak{C}(a_0)$, $\bigcup_{\mathfrak{C}(a) \subset \mathfrak{C}(a_0)} \mathfrak{C}(a) \subset \mathfrak{C}(a_0)$ und wenn es ein $a \in V$ mit der Eigenschaft $\mathfrak{C}(a) \subset \mathfrak{C}(a_0)$ gibt.

3.11. Korollar. ([1], Hilfssatz 4). *Es sei (V, L) eine Sprache, die keine parasitären Elemente enthält. Dann gibt es zu jedem Element $a \in V$ eine initiale Wortform a_0 so, daß $\mathfrak{C}(a_0, V, L) \subseteqq \mathfrak{C}(a, V, L)$.*

Beweis. Die Behauptung folgt aus 3.3., 1.8. und 3.8.

3.12. Satz. *Ein Element A ist primitiv im Verband $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ genau dann, wenn es ein komplettes Element $a_0 \in V$ gibt so, daß $A = \mathfrak{C}(a_0, V, L)$.*

Beweis. Nach 1.9. (2) ist A primitiv in $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ genau dann, wenn es für jedes System $\mathfrak{B} \subseteqq \mathfrak{A}(V, L)$ gilt: Wenn $A \subseteqq \sup_{\Sigma\mathfrak{A}(V, L)} \mathfrak{B}$, so gibt es ein $B \in \mathfrak{B}$ mit $A \subseteqq B$. Ist A primitiv in $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$, dann gilt $A \in \mathfrak{A}(V, L)$ nach 1.2. und 1.16. Daraus und aus 1.15. folgt: A ist primitiv in $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ genau dann, wenn es ein $a_0 \in V$ gibt so, daß $A = \mathfrak{C}(a_0)$ und wenn für jede Menge $X \subseteq V$ mit der Eigenschaft $\mathfrak{C}(a_0) \subseteq \subseteq \bigcup_{a \in X} \mathfrak{C}(a)$ ein $a \in X$ existiert so, daß $\mathfrak{C}(a_0) \subseteq \mathfrak{C}(a)$.

3.13. Korollar. ([1]; Satz 15). *Jedes komplete Element ist eine Wurzel.*

Beweis. Die Behauptung folgt aus 3.12., 1.2. und 3.5.

3.14. Bemerkung. In [1] heißt jede initiale Wortform $a_0 \in V$ ein *Nicht-Homonym in* (V, L), wenn es für beliebiges $a \in V$ gilt: $\mathfrak{C}(a_0, V, L) \cap \mathfrak{C}(a, V, L) \neq \emptyset \Rightarrow \mathfrak{C}(a_0, V, L) \subseteq \subseteq \mathfrak{C}(a, V, L)$. Jede initiale Wortform, die kein Nicht-Homonym ist, heißt ein *freies Homonym*. Wir betrachten folgende Sprachen:

$$(V_1, L_1) = (\{a_1, b_1\},\ \{a_1a_1, b_1b_1\}),$$
$$(V_2, L_2) = (\{a_2, b_2\},\ \{a_2a_2, a_2b_2, b_2b_2\}).$$

Dann

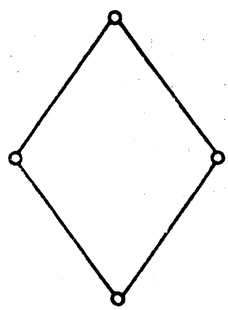
$$\mathfrak{C}(a_1, V_1, L_1) = \{(a_1, \Lambda), (\Lambda, a_1)\}$$
$$\mathfrak{C}(b_1, V_1, L_1) = \{(b_1, \Lambda), (\Lambda, b_1)\}$$
$$\mathfrak{C}(a_2, V_2, L_2) = \{(a_2, \Lambda), (\Lambda, a_2), (\Lambda, b_2)\}$$
$$\mathfrak{C}(b_2, V_2, L_2) = \{(a_2, \Lambda), (b_2, \Lambda), (\Lambda, b_2)\}.$$

Die Elemente a_1 und b_1 sind Nicht-Homonyme in (V_1, L_1) während die Elemente a_2 und b_2 freie Homonyme in (V_2, L_2) sind. Es gilt $\Sigma\mathfrak{A}(V_1, L_1) \cong \Sigma\mathfrak{A}(V_2, L_2)$, denn das Diagramm in Figur 1 ist ein Diagramm sowohl von $\Sigma\mathfrak{A}(V_1, L_1)$ als auch von $\Sigma\mathfrak{A}(V_2, L_2)$. Es sei

$$f(\mathfrak{C}(a_1, V_1, L_1)) = \mathfrak{C}(a_2, V_2, L_2),$$
$$f(\mathfrak{C}(b_1, V_1, L_1)) = \mathfrak{C}(b_2, V_2, L_2)$$

und für $X \subseteq V_1$ sei

$$f\Big(\bigcup_{a \in X} \mathfrak{C}(a, V_1, L_1)\Big) = \bigcup_{a \in X} (f\mathfrak{C}(a, V_1, L_1)).$$



Figur 1

Die Abbildung f ist ein Isomorphismus von $\Sigma\mathfrak{A}(V_1, L_1)$ auf $\Sigma\mathfrak{A}(V_2, L_2)$, das dem Elemente $\mathfrak{C}(a_1, V_1, L_1)$ das Element $\mathfrak{C}(a_2, V_2, L_2)$ zuordnet. f ordnet dem Bild vom Nicht-Homonym a_1 in der Abbildung $\mathfrak{C}$ in (V_1, L_1) das Bild vom freien Homonym a_2 in der entsprechenden Abbildung in (V_2, L_2) zu. Deshalb besitzt $\mathfrak{C}(a_2, V_2, L_2)$ in $\Sigma\mathfrak{A}(V_2, L_2)$ jede Eigenschaft, die $\mathfrak{C}(a_1, V_1, L_1)$ im Verband $\Sigma\mathfrak{A}(V_1, L_1)$ hat und um- gekehrt.

Daraus folgt, daß es keine verbandstheoretische Eigenschaft gibt, die die Bilder vom freien Homonym und Nicht-Homonym im Verband $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$ unterscheiden könnte.

§4 DER VERBAND ALLER ABGESCHLOSSENEN MENGEN

4.1. Definition. Eine Abbildung φ einer teilweise geordneten Menge P in sich wird eine *Hüllenoperation* genannt, wenn φ ordnungstreu ist und für jedes Element a von P die Eigenschaft der *Extensivität*

$$a \leqq \varphi(a)$$

und die der *Idempotenz*

$$\varphi(a) = \varphi\varphi(a)$$

besitzt. Ist dies der Fall, so werden alle Elemente der Form $\varphi(a)$ abgeschlossen (φ-abgeschlossen) genannt.

4.2. Definition. Es seien P und T teilweise geordnete Mengen, π eine Abbildung von P in T und τ eine solche von T in P. Wir sagen, dass das Abbildungspaar π, τ zwischen den teilweise geordneten Mengen P und T eine *Galois-Verbindung* herstellt, wenn folgende Bedingungen (1) – (4) erfüllt sind:

(1) $a_1 \leqq a_2 \Rightarrow \pi(a_2) \leqq \pi(a_1)$, $(a_1, a_2 \in P)$
(2) $b_1 \leqq b_2 \Rightarrow \tau(b_2) \leqq \tau(b_1)$, $(b_1, b_2 \in T)$
(3) $a \leqq \tau\pi(a)$ für jedes Element a von P
(4) $b \leqq \pi\tau(b)$ für jedes Element b von T.

4.3. Definition. Es sei (V, L) eine Sprache. Wir definieren die Abbildungen τ_L: $2^V \to 2^{V^* \times V^*}$ und π_L: $2^{V^* \times V^*} \to 2^V$ auf folgende Weise: $\tau_L(X) = \bigcap_{a \in X} \mathfrak{C}(a, V, L)$ und $\pi_L(A) = \{a \in V;\ A \subseteq \mathfrak{C}(a, V, L)\}$ für alle $X \in 2^V$ und alle $A \in 2^{V^* \times V^*}$.

4.4. Lemma. *Für jede Sprache (V, L) bildet das Abbildungspaar τ_L, π_L eine Galois--Verbindung der Systeme 2^V und $2^{V^* \times V^*}$, die durch mengentheoretische Inklusion geordnet sind.*

Beweis. (1) Ist $X_1 \subseteq X_2 \subseteq V$, so gilt $\tau_L(X_2) \subseteq \tau_L(X_1)$.

(2) Ist $A_1 \subseteq A_2 \subseteq V^* \times V^*$, so gilt $\pi_L(A_2) \subseteq \pi_L(A_1)$.

(3) Ein Element a' sei in $X \subseteq V$. Dann gilt $\tau_L(X) = \bigcap_{a \in X} \mathfrak{C}(a, V, L) \subseteq \mathfrak{C}(a', V, L)$ und nach der Definition von π_L ist a' in $\pi_L\tau_L(X)$. Das heißt $X \subseteq \pi_L\tau_L(X)$.

(4) Ein Paar (α', β') sei in $A \subseteq V^* \times V^*$. Dann $(\alpha', \beta') \in \mathfrak{C}(a, V, L)$ für alle $a \in \pi_L(A)$. Also $(\alpha', \beta') \in \bigcap_{a \in \pi_L(A)} \mathfrak{C}(a, V, L) = \tau_L\pi_L(A)$. Damit wird die Inklusion $A \subseteq \tau_L\pi_L(A)$ bewiesen.

4.5. Lemma. *Für jede Sprache (V, L) ist die Abbildung $\pi_L\tau_L$ $(\tau_L\pi_L)$ eine Hüllenoperation auf 2^V (auf $2^{V^* \times V^*}$). Das System $\mathscr{H}(V, L)$ aller $\pi_L\tau_L$ – abgeschlossenen Elemente von 2^V und das System $\sigma\mathfrak{A}(V, L)$* aller $\tau_L\pi_L$ – abgeschlossenen Elemente von $2^{V^* \times V^*}$*

* Diese Bezeichnung ist durch die Tatsache gerechtfertigt, daß $\sigma\mathfrak{A}(V, L) = \{\bigcap_{A \in \mathfrak{B}} A;\ \mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{A}(V, L)\}$ ist.

sind Verbände und τ_L ist ein dualer Isomorphismus von $\mathscr{H}(V, L)$ auf $\sigma\mathfrak{A}(V, L)$, π_L hingegen ein solcher von $\sigma\mathfrak{A}(V, L)$ auf $\mathscr{H}(V, L)$.

Beweis. Die Behauptung folgt aus 4.4. und aus dem Satz 16 in [2].

4.6. Lemma. *Es gilt für jede Sprache (V, L) und für jede Menge $X \subseteq V$:*

$$\bigcup_{a\in X} \mathfrak{C}(a, V, L) = V^* \times V^* - \bigcap_{a\in X} \mathfrak{C}(a, V, \bar{L}).$$

Beweis. Es sei $(\alpha, \beta) \in V^* \times V^*$. $(\alpha, \beta) \in \bigcup_{a\in X} \mathfrak{C}(a, V, L) \Leftrightarrow$ es gibt ein $a_0 \in X$ so, daß $\alpha a_0 \beta \in L \Leftrightarrow$ es gibt ein $a_0 \in X$ so, daß $\alpha a_0 \beta \bar{\in} \bar{L} \Leftrightarrow (\alpha, \beta) \bar{\in} \bigcap_{a\in X} \mathfrak{C}(a, V, \bar{L})$.

4.7. Satz. *Für jede Sprache (V, L) ist $\mathscr{H}(V, \bar{L}) \cong \Sigma\mathfrak{A}(V, L)$.*

Beweis. Die Vorschrift $\psi(A) = V^* \times V^* - A$ definiert nach 4.6. eine Abbildung von $\sigma\mathfrak{A}(V, \bar{L})$ auf $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$. Es ist klar, daß diese Abbildung ein dualer Isomorphismus ist. Nach 4.5. ist $\tau_{\bar{L}}$: $\mathscr{H}(V, \bar{L}) \rightarrow \sigma\mathfrak{A}(V, \bar{L})$ ein dualer Isomorphismus. Die Zusammensetzung $\psi\tau_{\bar{L}}$ ist ein Isomorphismus von $\mathscr{H}(V, \bar{L})$ auf $\Sigma\mathfrak{A}(V, L)$.

4.8. Satz. *Zu jedem nichtleeren endlichen Verband S gibt es eine Sprache (V, L) mit folgenden Eigenschaften:*

(1) $S \cong \mathscr{H}(V, L)$.

(2) *Alle Elemente in $\mathscr{H}(V, L)$ sind $\pi_L\tau_L$ – Hüllen einelementiger Teilmengen von V.*

Beweis. (1) Nach 3.2. (1) gibt es zum Verband S eine Sprache (V, L_0) so, daß $S \cong \Sigma\mathfrak{A}(V, L_0)$. Nach 4.7. ist $\Sigma\mathfrak{A}(V, L_0) \cong \mathscr{H}(V, \bar{L}_0)$. Daraus folgt, daß $S \cong \mathscr{H}(V, L)$ für $L = \bar{L}_0$ gilt.

(2) Nach 3.2. (2) gibt es zu jeder Teilmenge $X \subseteq V$ ein $a_X \in V$ so, daß $\mathfrak{C}(a_X, V, L_0) = \bigcup_{a\in X} \mathfrak{C}(a, V, L_0)$. Nach 4.7. tritt diese Gleichung in Kraft genau dann, wenn $\tau_L(\{a_X\}) = \mathfrak{C}(a_X, V, L) \bigcap_{a\in X} \mathfrak{C}(a, V, L) = \tau_L(X)$ gilt. Also $\pi_L\tau_L(\{a_X\}) = \pi_L\tau_L(X)$.

4.9. Bemerkung. *Man kann beweisen, daß es auch eine endliche Sprache (V, L) gibt, die den Bedingungen* (1) *und* (2) *des vorgehenden Satzes genügt.*

4.10. Bemerkung. Betrachten wir die Sprache (V_2, L_2) von 3.14., so kann man sich leicht davon überzeugen, daß alle Teilmengen von V_2 $\pi_{L_2}\tau_{L_2}$ – abgeschlossen sind. Das Diagramm in Figur 1 ist also ein Diagramm vom Verband $\mathscr{H}(V_2, L_2)$. Die Mengen $\emptyset$ und $\{a_2, b_2\}$ sind keine $\pi_{L_2}\tau_{L_2}$ – Hüllen von einelementigen Mengen. Nach 4.8. gibt es eine Sprache (V, L) so, daß $\mathscr{H}(V_2, L_2) \cong \mathscr{H}(V, L)$ und daß jedes Element des Verbandes $\mathscr{H}(V, L)$ eine $\pi_L\tau_L$ – Hülle einer einelementigen Menge ist. Also auch die Elemente, die in gegebenem Isomorphismus den Elementen $\{a_2, b_2\}$ und $\emptyset$ entsprechen, diese Eigenschaft besitzen.

Daraus folgt, daß es keine verbandstheoretische Eigenschaft gibt, die im Verband $\mathscr{H}(V,L)$ die Hüllen von einelementigen Mengen von anderen Elementen unterscheidet.

4.11. Lemma. *Es sei (V, L) eine Sprache, $X_0 \in \mathscr{H}(V, L)$ und $Y = \bigcup_{X \in I(X_0)} X$. Dann ist X_0 eine $\pi_L \tau_L$ — Hülle von einer einelementigen Menge genau dann, wenn $Y \subset X_0$ gilt.*

Beweis. Es sei $Y \subset X_0$, $a \in X_0$, $a \bar{\in} Y$. Weil nach 4.5. die Operation $\pi_L \tau_L$ ordnungstreu und idempotent ist, gilt $\pi_L \tau_L(\{a\}) \subseteqq X_0$. Ist $\pi_L \tau_L(\{a\}) \subset X_0$, so $\pi_L \tau_L(\{a\}) \in I(X_0)$ und weil $a \in \pi_L \tau_L(\{a\})$, so ist $a \in Y$. Das ist ein Widerspruch. Deshalb gilt $\pi_L \tau_L(\{a\}) = X_0$ und das heißt, daß X_0 eine Hülle einer einelementigen Menge ist. Es sei jetzt $Y = X_0$. Für jedes $a \in X_0$ gilt $a \in Y$. Es gibt also eine abgeschlossene Menge $X' \in I(X_0)$ so, daß $a \in X'$. Es gilt: $\pi_L \tau_L(\{a\}) \subseteqq X' \subset X_0$. Das heißt X_0 sei keine $\pi_L \tau_L$ — Hülle einer einelementigen Menge.

4.12. Satz. *Für jede Sprache (V, L) ist $X \in \Sigma\mathscr{H}(V, L)$ ein irreduzibles Element im Verband $\Sigma\mathscr{H}(V, L)$ genau dann, wenn X eine $\pi_L \tau_L$ — Hülle einer einelementigen Menge ist.*

Beweis. Der Verband $\mathscr{H}(V, L)$ ist endlich, weil $\mathscr{H}(V, L) \subseteqq 2^V$ ist. Nach 1.17. und 1.8. (1) genügt der Verband $\Sigma\mathscr{H}(V, L)$ der Minimalbedingung. Nach 1.16. liegt jedes irreduzible Element von $\Sigma\mathscr{H}(V, L)$ in $\mathscr{H}(V, L)$. Die Behauptung folgt aus 1.12., 4.11. und 1.15.

Der Autor dankt Herrn Professor Miroslav Novotný für seine liebenswürdige Hilfe bei Vorbereitung dieses Texts.

LITERATURVERZEICHNIS

[1] J. Kunze: *Versuch eines objektivierten Grammatikmodells I, II.* Z. Phonetik Sprachwiss. Kommunikat. 20 (1967), 21 (1968).

[2] G. Szász: *Einführung in die Verbandstheorie.* Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest, 1962.

J. Dalík
662 82 Brno, Mendlovo nám. 1
Tschechoslowakei