

# Aplikace matematiky

---

## Recenze

*Aplikace matematiky*, Vol. 32 (1987), No. 6, 491–496

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/104279>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1987

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENZE

*Ulrich Krengel*: ERGODIC THEOREMS. De Gruyter Studies in Mathematics 6, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1985, stran 357, cena DM 128,—.

Recenzovaná kniha podává ucelený přehled současného stavu tradičního odvětví ergodické teorie, a sice ergodických teorémů. Navzdory tomu, že se tato problematika, usměrňována novými aplikacemi v matematické fyzice, již dlouhou dobu rozvíjí v důležitou partii funkcionální analýzy a teorie pravděpodobnosti, její obsáhlé systematické zpracování dosud chybělo.

Rozčlenění knihy do devíti kapitol podle toho, jakým jazykem a v jakých situacích se postihuje fenomén konvergence průměrů veličin, generovaných stacionárním způsobem, má za následek, že jednotlivé kapitoly knihy převážně na sobě nezávisěji a jsou i samostatně dobře čitelné. V tomto smyslu lze monografii pojímat rovněž jako užitečnou příručku pro čtenáře, specializované v jiných oblastech.

První kapitola zahrnuje klasické ergodické věty pro míru zachovávající transformace a jejich vztah k teorii stacionárních procesů, subaditivní ergodickou větu, Oseledečovu větu, dominantní ergodickou větu a otázky rekurence (které jsou řešeny pro širokou třídu transformací). Obsahem druhé kapitoly jsou operátorové ergodické věty; v Banachových prostorech se m.j. vyšetřuje stejnoměrná konvergence průměrů pro kvazikompaktní operátory, slabý mixing a vícenásobná rekurence a uvádí se Jacobsova-Deleuwova-Glicksbergova věta, která zobecňuje spektrální větu o mixingu na případ plogrupy v Banachově prostoru. Kapitola třetí pojednává o ergodických větách pro pozitivní kontrakce v  $L_1$  včetně Hopfova rozkladu, Chaconovy-Ornsteinovy věty, Brunelova lemmatu a otázek existence konečných invariantních měr pro pozitivní kontrakce v  $L_1$ . Tyto výsledky pak zobecňuje následující kapitola (ergodické věty pro kontrakce v  $L_1$  obecně bez podmínky positivity, vektorové ergodické věty a věty pro ohraničené operátory, které se dají převést na věty o kontrakcích). Pátá kapitola studuje Markovovy operátory v prostoru spojitých funkcí na kompaktu. Je zde uvedena Jamisonova věta a Breimanův silný zákon pro Markovovy procesy, Akcogluova věta o bodové konvergenci pro pozitivní kontrakce v  $L_p$  a Steinův dominantní odhad pro samoadjungované operátory. Další kapitola je věnována víceparametrickým bodovým ergodickým větám, ergodickým větám pro víceparametrické aditivní a subaditivní procesy a víceparametrické plogrupy kontrakcí v  $L_1$ ; v jejím závěru se diskutují otázky, týkající se amenabilních plogrup. Následující dvě kapitoly pojednávají o lokálních ergodických větách a větách týkajících se zobecněných cesarovských průměrů. Poslední devátá kapitola zahrnuje ergodické věty speciálního charakteru: ergodické věty ve von Neumannových algebrách, v teorii informace, ergodické věty pro nelineární neexpansivní zobrazení a další. V závěru knihy je dodatek o Harrisových procesech, jehož autorem je Antoine Brunel.

Kniha pokrývá velkou část teorie ergodických teorémů (snad s výjimkou některých témat týkajících se konvergence skoro všude). Užitečnost monografie spočívá v tom, že systematizuje výsledky povětšinou ne starší dvaceti let. Je podána řada původních tvrzení a důkazů, přičemž autor s úspěchem usiluje o co největší srozumitelnost a současně obecnost. Knihu lze vřele doporučit všem, kteří se s touto problematikou buď jen okrajově setkávají.

*Miroslav Krutina*

ADVANCES IN INVARIANT SUBSPACES AND OTHER RESULTS OF OPERATOR THEORY. Birkhäuser, Basel—Boston—Stuttgart 1986. Operator Theory: Advances and Applications, Vol. 17, stran 375, cena 88,— SFR.

Pod tímto názvem vychází sborník 9. konference o teorii operátorů organizované matematickým oddělením instituce INCREST (Bukurešť) a Universitou v Timisoaře v r. 1984. Svazek obsahuje seznam účastníků, program konference a výběr 26 původních příspěvků. Jedná se jako obvykle při této konferenci o dosti širokou problematiku z moderní teorie operátorů, kromě jiného o stav (v tehdejší době) řešení problému existence invariantního prostoru, o algebry operátorů, speciální třídy operátorů jako hyponormální nebo Hankelovy operátory, spektrální rozložitelnost, dále o problematiku, v níž podstatnou roli hraje teorie dilatací (např. teorie predikce).

Sborníky několika předchozích konferencí, které se až do loňského roku konaly pravidelně, vyšly ve stejné edici a referovali jsme o nich v našem časopise.

*Pavla Vrbová*

*Peter Bloomfield, William L. Steiger: LEAST ABSOLUTE DEVIATIONS. THEORY, APPLICATIONS, AND ALGORITHMS.* Birkhäuser 1983, serie Progress in Probability and Statistics, Vol. 6, stran 349.

Statistické metody v lineárním modelu založené na metodě nejmenších čtverců jsou všeobecně známy a používány. Analogické metody, založené na součtu absolutních odchylek ( $L_1$ -normě), byly dosud méně rozšířené, ačkoli pravděpodobně historicky vznikly dříve. V poslední době dochází k renesanci těchto metod, které projevují větší robustnost vzhledem k odchylkám od předpokládaného normálního rozdělení chyb. Právě metodami založenými na  $L_1$ -normě se podrobně zabývá monografie P. Bloomfielda a W. L. Steigera. Autoři speciálně uvažují odhady parametrů v lineárním regresním modelu, odhady parametrů v autoregresním modelu, analýzu rozptylu a splinovou interpolaci založenou na  $L_1$ -normě. Uvažují jednak statistické vlastnosti odhadů, jednak numerické algoritmy a jejich spojitost s algoritmy lineárního programování. P. Bloomfield a W. L. Steiger jsou sami autory některých výpočetních algoritmů; proto lze část věnovanou výpočetním aspektům považovat za jádro knihy.

Knihla se skládá ze tří částí, zabývajících se (a) teorií, (b) aplikacemi a (c) algoritmy. První část se skládá ze tří kapitol. V kapitole 1 se po historickém úvodu uvažují vlastnosti množiny řešení  $L_1$ -minimalizace v lineárním regresním modelu při pevných hodnotách pozorování, zejména z hlediska jednoznačnosti, optimality a degenerace. Kapitola 2 studuje statistické vlastnosti  $L_1$ -odhadu v lineárním regresním modelu a navazuje hlavně na výsledky Koenkera a Bassetta (1978). Odvozuje se i asymptotické rozdělení  $L_1$ -odhadu s využitím skutečnosti, že tento odhad je zároveň i  $R$ -odhadem a  $M$ -odhadem. Kapitola 3 je věnována chování  $L_1$ -odhadu ve stacionárním autoregresním modelu; zejména se studuje řád konsistence odhadu. Ve všech případech jsou vlastnosti odhadu ilustrovány Monte Carlo studii a odhady jsou srovnávány s odhady metodou nejmenších čtverců a Huberovými odhady při různých typech rozdělení chyb.

Druhá část, věnovaná aplikacím, se skládá ze dvou kapitol. Kapitola 4 uvažuje odhady parametrů v modelech jednoduchého a dvojného třídění a jejich vztahy k odhadům „median-polish“ navrženými Tukeyem. Kapitola 5 uvažuje neparametrickou regresi založenou na  $L_1$ -normě; zejména se uvažují kubické spliny jako odhady podmíněného mediánu  $Y$  při daném  $X = x$  (a obecněji jako odhady jiných podmíněných kvantilů).

Třetí část, věnovaná výpočetním algoritmům, se skládá ze dvou kapitol. Diskutují se některé  $L_1$ -algoritmy z hlediska jejich výpočetní složitosti. Ukazuje se, že řešení minimalizačních úloh vzhledem k  $L_1$ -normě je ekvivalentní řešení úloh lineárního programování pomocí simplexové

metody. Poslední, sedmá kapitola, podrobně popisuje a srovnává tři speciální  $L_1$ -algoritmy: Barrodale-Robertsův, Bartels-Conn-Sinclairův a Bloomfield-Steigerův. Stručně se popisují i některé další algoritmy. Každá kapitola je doplněna poznámkami, které podávají historický přehled, odkazy na další literaturu, některé domněnky a možnosti pro další práci a zajímavé nezodpovězené otázky.

Autorům se podařilo v jedné monografii sjednotit výsledky dvou různých matematických disciplín, statistiky a numerické analýzy. Patrně jsou jim bližší aspekty numerické analýzy, a proto zejména odpovídající část knihy přináší četné zajímavé podněty a rady těm, kdo chtějí odhady založené na  $L_1$ -normě skutečně používat v práci. Avšak i část, věnovaná statistickým vlastnostem odhadů, shrnuje nejzajímavější výsledky a přináší četné odkazy na literaturu. Knihu doporučuji pozornosti všech, kdo pracují s lineárním statistickým modelem, ať v teorii či v praxi.

*Jana Jurečková*

PROCEEDINGS OF THE FIFTH INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION. Editor M. Carss, Birkhäuser, Boston, 1986. s. 402.

Mezinárodní kongresy o vyučování matematice známé pod zkratkou ICME se konají od roku 1968 pravidelně vždy jednou za 4 roky. Poslední — pátý byl uspořádán v roce 1984 v Australii v Adelaidě. Zúčastnilo se ho přes 1800 zájmců z více než 70 zemí celého světa a písemné materiály přesáhly 3000 stran strojopisu. Pořadatelé se proto rozhodli, že budou publikovat v kongresovém sborníku jen znění tří hlavních referátů přednesených na plenárním zasedání a pak souhrnné informace o průběhu jednání 24 pracovních skupin.

Hlavní referáty se zabývaly třemi tématy:

1. Vliv sociálních a kulturních podmínek v minulosti a současnosti na matematické vzdělávání (U. D'Ambrosio, Brazílie).

2. Využití pojmů reflexe a rekurence (v poněkud přeneseném smyslu než jak se chápou v matematice a fyzice) k charakterizaci matematického myšlení a při studiu kognitivních otázek týkajících se učení a vyučování matematice (J. Kilpatrick, USA).

3. Problematika diskrétní matematiky zaměřená na dvě hlavní otázky: Co je diskrétní matematika a jakou roli by měla sehrát ve vyučování matematice. Autor referátu R. B. Potts (Austrálie) uvedl dva příklady — řešení rekurentních formulí a jejich soustav a využití grafů při studiu příbuzenských vztahů. Autor uvádí, že rekurentní formule, které nazývá diferencními rovnicemi, se mohou stát vhodnou přípravou pro studium diferenciálních rovnic. Dále ukazuje, jakou příležitost poskytuje diskrétní matematika pro využívání počítačů a mikropočítačů.

Ostatní program kongresu byl rozdělen do tří sekcí. První se zabývala otázkami matematického vzdělání pro jednotlivé věkové kategorie všeobecného, technického i odborného zaměření od předškolního věku až po dospělé a vzdělávání učitelů.

Druhá sekce se zabývala koncepcí matematického vzdělávání pro všechny, tvorbou osnov, aplikací a modelováním, řešením problémů, technologií matematického vzdělávání atd. V pracovní skupině věnované aplikacím a modelování se diskutovalo zejména o tom, co se má či nemá zařadit do školy, které cíle lze přitom sledovat, o vzájemném vztahu mezi teorií a aplikacemi ve školském vzdělání, které problémy s sebou přináší zdůraznění aplikací ve škole, včetně přípravy učitelů. Na konci zprávy o této skupině je uveden seznam hlavních doporučení.

Pracovní skupina věnovaná technologii matematického vzdělání se zabývala osnovami, algoritmizací, programováním počítačů (co?, jak?, kdy?, kde?, proč?), vizuálními prostředky, třídním klimatem, vzděláním učitelů.

Třetí sekce měla nejvíce pracovních skupin (10) a také nejpestřejší náplň. Dvě pracovní skupiny se věnovaly geometrii a statistice. Práce ostatních skupin se zabývala některými pedagogickými, psychologickými, biologickými aspekty matematického vzdělávání. V diskusi věnované učení pravděpodobnosti a statistice se nejčastěji objevovaly tyto požadavky: Klást větší důraz na statistiku než na pravděpodobnost, zejména na popisnou statistiku a na metody analyzování dat, věnovat více pozornosti aplikacím a modelování, využívat simulací, k řešení úloh využívat počítačů a mikropočítačů.

Celkově lze říci, že na ICME 5 byly nejdiskutovanějšími tyto okruhy problémů

- role učitele při vyučování matematice a jeho příprava
- řešení matematických problémů
- aplikace a modelování
- role technologie při vyučování matematiky
- pedagogicko-psychologické otázky matematického vzdělávání.

*Milan Koman*

*J. Nagy, E. Nováková, M. Vacek: LEBESGUEOVA MÍRA A INTEGRÁL. SNTL Praha, 1985, stran 151, cena 9,— Kčs.*

Toho svěží dílko, jež je určeno posluchačům vysokých škol technického směru, podává základy teorie Lebesgueovy míry a integrálu, převážně se zaměřením na teorii v eukleidovských prostorech. Autorům se podařilo s jistou elegancí ukázat rigorózní vybudování teorie a současně ji ilustrovat na množství příkladů.

Zajisté, nelze čekat nějaké nové metody zavedení integrálu či míry, z mnoha existujících je třeba vybrat pokud možno optimální cestu, která by skloubila přesnost zavedení spolu s aplikacemi teorie i na výpočty konkrétních integrálů či měr. Zároveň je užitečné ukázat, proč v některých početních partiích nevystačíme s jednodušším integrálem, řekněme Newtonovým či Riemannovým.

Stručně k obsahu a metodice výkladu, jednotlivá hesla dají určitý obrázek: Obecné množinové systémy a konkrétní příklad objemu intervalů v eukleidovském prostoru  $R^n$ , množinové funkce, míra, vnější míra, měřitelné množiny v  $R^n$  (pomocí aproximace intervaly), měřitelný prostor a jednoduché funkce (abstraktně), měřitelné funkce, integrál z jednoduchých a nezáporných měřitelných funkcí (abstraktně) a jeho vlastnosti (algebraické, neurčitý integrál, monotonní přechody), integrál libovolných měřitelných funkcí, Fubiniova věta a věta o substituci v  $R^n$ .

Celá knížka (celkem pouze 151 stran!) je doprovázena množstvím konkrétních příkladů: Vyšetřování existence a konvergence integrálů na reálné ose, integrace posloupností a řad funkcí, integrály funkcí závislých na parametru (spojitost a derivace) a použití Fubiniovy věty či věty o substituci.

Jednotlivé kapitolky jsou doplněny řadou cvičení, na nichž má čtenář možnost prokázat, že dané problematice porozuměl.

Samozřejmě, knížka nemůže obsahovat — a ani to není jejím cílem — další teoretické partie jako je třeba teorie  $L_p$ -prostorů, vztah míry a topologie (Radonovy míry a integrace v lokálně kompaktních prostorech), znaménkové míry či další obecnější věty (Luzinova, Radonova-Nikodymova, Jegorova, Vitaliova atd.), ani nemůže ukázat sílu Lebesgueovy integrace, zejména pokud jde o integraci nespojitých funkcí. Uspokojí však určitě každého, kdo si chce přečíst solidně vybudovanou teorii a spočítat si řadu konkrétních příkladů. A není žádným tajemstvím, že takovéto procvičení mozkových závitů potřebují nejen studenti.

*Jaroslav Lukeš*

S. E. Jørgensen: FUNDAMENTALS OF ECOLOGICAL MODELLING. Developments, in Environmental Modelling 9. Elsevier, Amsterdam 1986, 389 pp.

Kniha vědeckého tajemníka mezinárodní společnosti pro ekologické modelování a autora řady matematických modelů ekologických systémů i několika knih je míněna jako úvod do problematiky matematického modelování v ekologii. Podle prospektu nakladatelství nepředpokládá žádné předchozí znalosti předmětu a může být použita jak pro studenty, tak pro biology, ekology a inženýry pracující s ekologickými modely.

Kniha je rozdělena do 9 kapitol, z nichž první tři jsou věnovány metodám a přístupům k ekologickému modelování, další pak jednotlivým typům modelů a jejich aplikaci pro řízení přírodního prostředí. Méně pozornosti je věnováno modelům statickým, modely založené na statistických metodách zpracování dat nejsou uvedeny vůbec. Podstatu tedy tvoří dynamické modely, které jsou rozděleny do dvou kapitol: modely populační dynamiky a biogeochemické modely. Z matematického hlediska jsou tedy především řešeny systémy diferenciálních rovnic, valnou většinou systémy rovnic obyčejných. Parciální rovnice jsou užity pouze v případech prostorové heterogenity prostředí. Většinou jde o značně složité rovnice, takže je používáno numerické řešení. Výjimku činí pouze modely populační dynamiky.

Kapitola o modelování populační dynamiky je poměrně krátká, zaměřená na klasické modely typu Lotka-Volterra. Rozebírány jsou také maticové modely s využitím Leslieho matic. Uvedené příklady aplikace modelů se týkají především rybářství velkých jezer a moří, což je klasická oblast aplikace těchto modelů. Také modely sklízně jsou aplikovány na rybářství.

Nejrozsáhlejší kapitolu představují dynamické biogeochemické modely, to je modely zahrnující jak okolní neživou přírodu včetně cirkulace hlavních prvků, tak biologické složky systému. Modely jsou rozděleny do těchto podkapitol: modely koncentrace rozpuštěného kyslíku a procesů mikrobiálního rozkladu organické hmoty ve vodách, využití hydrodynamiky v biogeochemických modelech vodních ekosystémů, modely procesů eutrofizace (zvyšování nežádoucí organické produkce vod na základě přísunu živin z okolí), modely mokřadů, modelování v ekotoxikologii a toxikologické modely, šíření vzdušného znečištění a modely procesů v půdě a jejich souvislosti s růstem rostlin a produkci plodin.

V každé podkapitole této části je podán přehled základních principů jednotlivých modelů, přehled číselných hodnot některých parametrů a přehled specifických modelů pro jednotlivé ekologické systémy nebo dílčí otázky. Jako příklad je vždy uveden některý model podrobněji. Výsledky modelů jsou dokumentovány grafickými výstupy. Rovnice modelů jsou uváděny pouze v některých příkladech, bez nároků na úplnost. Jsou uvedeny odkazy na podrobnější literaturu o jednotlivých modelech.

Kapitola o aplikaci modelů v řízení přírodního prostředí shrnuje v jednotlivých tabulkách (většinou převzatých z originálních publikací) několik aplikací modelů na boj s eutrofizací jednoho jezera v Dánsku, na řízení rozvoje osídlení a hospodářské činnosti v povodí jezera Tahoe v Kalifornii a řízení sukcese lesů v mokřadech Spojených států.

Stručná závěrečná kapitola knihy je nazvána charakteristiky a modely ekosystémů. Pojednává o otázkách hierarchie řízení, zpětnovazebních mechanismech, vyšších řádech dynamiky ekologických systémů a o kybernetických ekologických modelech. Krátce pojednává také o využití teorie katastrof v ekologickém modelování.

Na knize se projevuje autorova erudice v přípravě knih. Řada kapitol uvádí jednotlivé příklady, aniž sjednocuje jejich terminologii a značení. V některých případech nejsou jasné důvody pro třídění modelů, např. podkapitoly o modelech toxikologických a ekotoxikologických pojednávají téměř o téžže otázkách. Také kapitola o využití modelů pro řízení představuje spíše snůšku jednotlivých aplikací než pečlivě utříděnou kapitolu. V obrázcích a textu se často objevují drobné tiskové chyby.

Souhrnem lze knihu doporučit jako všeobecný úvod do matematického modelování v ekologii,

i když záměr autorův zůstat na úrovni přístupné neoborníkovi není vždy zdaleka splněn. Matematik nalezne v knize jen málo čistě matematických problémů, spíše jej to může inspirovat pro aplikaci určitých oborů matematiky v jiných vědeckých disciplínách a ve společenské praxi. Primární zaměření je tedy ekologické, nikoliv matematické. Z hlediska československého čtenáře je zajímavé, že kniha uvádí v závěrečné části řadu poznatků našich autorů.

Revidovaná verze vyjde koncem roku 1987.

*Milan Straškraba*

*J. Štěpán: TEORIE PRAVDĚPODOBNOTI — MATEMATICKÉ ZÁKLADY. Academia Praha 1987, 447 str., cena 40 Kčs.*

Přes stále narůstání významu teorie pravděpodobnosti v současném rozvoji matematiky neexistovala dosud v českém jazyce vhodná publikace shrnující matematické základy i tendence současného vývoje tohoto oboru. Kniha J. Štěpána *Teorie pravděpodobnosti* právě tuto mezeru v naší literatuře kvalitně zaplňuje. Je především velmi vhodnou vysokoškolskou učebnicí pro posluchače oboru teorie pravděpodobnosti a matematická statistika, ale vzhledem k důkladnosti rozboru problémů a odkazům na současné tendence v problematice konvergence náhodných veličin může dobře sloužit i jako přehled známých výsledků a inspirační zdroj pro profesionální matematiky různých oborů.

Kniha předpokládá od čtenáře základní znalosti matematické analýzy i určitou orientaci v základech teorie pravděpodobnosti odpovídající přibližně obsahu prvních dvou let studia matematických oborů na našich universitách. Je zaměřena především na problémy konvergence náhodných veličin, jejichž řešení nám přibližuje často v klasické i moderní formě. V poměrně rozsáhlém úvodu je na příkladě posloupnosti nezávislých symetrických bernoulliovských pokusů motivován smysl zákonů velkých čísel, centrálních limitních vět i axiomatického přístupu k teorii pravděpodobnosti. V prvních třech kapitolách se buduje matematický aparát potřebný k vyšetřování konvergence náhodných veličin. Další dvě kapitoly shrnují podstatné výsledky týkající se součtů nezávislých náhodných veličin. Šestá kapitola některé z těchto výsledků zobecňuje pro posloupnosti náhodných veličin s martingalovou závislostí a pro posloupnosti stacionární a ergodické. Sedmá kapitola sleduje současný trend representative náhodných procházek pomocí Wienerova procesu; základem je zde Strassenův silný princip invariance.

Celá kniha je prostoupena množstvím cvičení a doplňků, které vedou čtenáře k samostatnému myšlení a upozorňují na různá zobecnění a souvislosti probírané látky v kontextu současné matematiky.

*Jan Rataj*