

# Aplikace matematiky

---

## Recenze

*Aplikace matematiky*, Vol. 24 (1979), No. 4, 315–319

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103809>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1979

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECESE

DIFFERENTIAL GEOMETRY AND RELATIVITY. Mathematical Physics and Applied Mathematics 3, Editors M. Cahen, M. Flato. A Volume in Honour of André Lichnerowicz on His 60th Birthday. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht—Holland, Boston—U.S.A.

Tento sborník článků byl vydán na počest šedesátých narozenin významného francouzského matematika André Lichnerowicze a obsahuje práce z dvou hlavních oblastí jeho výzkumu a to diferenciální geometrie a matematické fyziky. Část prací je psána žáky nebo spolupracovníky A. Lichnerowicze, část pod přímým vlivem jeho výsledků. Hlavní náplň první části sborníku „Diferenciální geometrie“ je věnována různým otázkám teorie Riemannových variet. Dále jsou zde články týkající se symetrických prostorů, skorokomplexních struktur, Banachových variet a vektorových bandlů. Druhá část „Matematická fyzika“ se zabývá především různými problémy obecné teorie relativity, problémy kovariance a invariance v klasické a kvantové speciální teorii relativity a aplikace symplektické geometrie na mechaniku. Kromě toho je zde úvodní článek o aktivitě A. Lichnerowicze v otázkách vzdělávání a výchovy a reformem ve vyučování matematice ve Francii. Na závěr je uveden chronologický přehled jeho prací.

Nyní podrobněji k jednotlivým článkům:

1. Differential geometry.

*T. Aubin*: The Scalar Curvature. Článek se zabývá skalární křivostí kompaktních Riemannových variet, speciálně problémem, kdy k dané metrice existuje konformně ekvivalentní metrika s konstantní skalární křivostí.

*G. Avez, S. Kobayashi*: On Automorphisms of Spaces of Nonpositive Curvature with Finite Volume. Autoři dokazují, že grupa izometrií Riemannovy variety s nekladnou křivostí a konečným objemem je konečná.

*A. Avéz*: Harmonic Functions on Groups. Rozšíření výsledku A. Lichnerowicze o tom, že harmonická funkce na kompaktní souvislé Riemannově varietě je konstantní na speciální nekompaktní případ a omezené harmonické funkce.

*M. Berger*: Some Relations Between Volume, Injectivity Radius and Convexity Radius in Riemannian Manifolds. Autor ukazuje některé nerovnosti mezi konstantami uvedenými v názvu práce pro kompaktní variety. Hlavní výsledky má pro dimenzi  $n = 2$ .

*R. S. Cahn, P. B. Gilkey, J. A. Wolf*: Heat Equation, Proportionality Principle and Volume of Fundamental Domains. Autoři zobecňují Hirzebruchův princip proporcionality na ekvivariantní charakteristické třídy a aplikují na objem fundamentálních oblastí diskretních podgrup.

*E. Combet, C. Moreno*: Some Remarks on the Fundamental Kernels of a Pseudo-Riemannian Manifolds. Je zde zkoumána analogie Laplaceova, tzv. D'Alambertián, na pseudoriemannově varietě, jeho elementární řešení a vztah ke geometrii a analýze na varietě.

*A. Gray*: Geodesic Balls in Riemannian Product Manifolds. Autor odvozuje vztahy mezi povrchem a objemem geodetické koule v součinu Riemannových variet v závislosti na příslušných veličinách součinitelů.

*S. Halperin, D. Lehmann*: Twisted exotism. V práci jsou zkoumány torsní kohomologické třídy s koeficienty ve vektorovém bandlu podle Vaismana.

*Y. Kosmann*: On Lie Transformation Groups and the Covariance of Differential Operators. Autorka studuje operaci grupy transformací variety  $M$  na řezech vektorového bandlu nad  $M$  a invariantní diferenciální operátory.

*J. Lelond-Ferrand*: Geometrical Interpretations of Scalar Curvature and Regularity of Conformal Homeomorphisms. Je zde zkoumána domněnka A. Lichnerowicze, že každý konformní homeomorfismus  $C^\infty$  variety je třídy  $C^\infty$ ; tento problém je zde vyřešen pro obecný případ.

*P. Libermann*: Pfaffian Systems and Transverse Differential Geometry. Jsou zde studovány Pfaffovy systémy ne úplně integrovatelné, geometrické struktury vznikající v teorii foliací a konexe asociované s  $G$  strukturami odpovídajícími Pfaffovým systémům.

*P. Molino*: The Curvature Class of an Almost-Complex Manifold. Autor ukazuje zobecnění  $\bar{\partial}$  – kohomologie na skorokomplexní variety a definuje třídu křivosti.

*T. J. Willmore*: The Tension Field of Maps of Riemannian Manifolds. Zkoumá se zde zobrazení mezi Riemannovými varietami a příslušné vektorové pole zavedené J. Eells a J. H. Sampsonem a příslušné pole napětí, které je zobecněním pole střední křivosti pro izometrická zobrazení.

Dále jsou zde články, jejichž obsah je uveden v názvu:

*Pham Mau Quan*: Pseudogroups and Linear Connections on a Banach Fibre Bundle.

*S. A. Robertson*: Mobility in Categories and Metric Spaces.

## 2. Mathematical Physics.

*F. Bayen*: Conformal Invariance in Physics. Pěkný a stručný přehledný článek o významu konformní invariance ve fyzice. Kromě standartních faktů jsou zde rozebrány reprezentace konformní grupy a konformní kovariance různých rovnic teorie pole.

*L. Bel*: Quantum Mechanics of Predictive Poincare Invariant Systems. V článku je popsán pokus o kvantování klasického relativistického popisu systému bodových částic v interakci. Jsou zde rozebrány základní definice a principy s cílem dosáhnout formální správnost.

*R. Budic, R. K. Sachs*: Scalar Time Functions: Differentiability. Pro body prostoročasu je definována jistá množina (tzv. minulost bodu a je ukázáno, že objem této množiny je diferencovatelnou ( $C^1$ ) funkcí času. Je zde také upozorněno na možnost zavést v souvislosti s touto funkcí významnou soustavu souřadnic.

*Y. Choquet-Bruhat*: The Problem of Constraints in General Relativity: Solution of the Lichnerowicz Equation. Pomocí konformních metod je zkoumán systém rovnic dávající nutnou a postačující podmínku pro přípustná počáteční data pro Einsteinovu rovnici.

*PH. Droz-Vincent*: Hamiltonian Construction of Predictive Systems. V článku je podána explicitní konstrukce relativistického dvoučásticového systému, jehož pohybové rovnice tvoří systém diferenciálních rovnic konečného řádu.

*G.-M. Marle*: Symplectic Manifolds, Dynamical Groups and Hamiltonian Mechanics. Výsledky z teorie symplektických variet jsou aplikovány na mechanické systémy s časově závislým Hamiltoniánem.

*R. Penrose*: Any Space-Time Has a Plane Wave as a Limit. Je zde rozebrána obecná vlastnost hyperbolických normálních pseudoriemannových variet a to, že každá takováto varieta přejde (při jistém druhu limitního procesu) na speciální typ prostoročasu (tzv. rovinnou vlnu).

*A. H. Taub*: Curvature Invariants, Characteristic Classes and the Petrov Classification of Space-Times. Pomocí 2-komponentního spinorového formalismu je odvozen vztah mezi charakteristickými třídami Lorentzova prostoru a divergencí speciálního vektorového pole.

*Jarolím Bureš*

*J. A. Šrejder*: BINÁRNÍ RELACE. Polytechnická knižnice SNTL, Praha 1978, 320 str., 75 obr., 28,— Kčs. Z ruského originálu „Ravenstvo, schodstvo, porjadok“ (Nauka, Moskva 1971) přeložili Ing. Z. Tichý a Ing. P. Toman.

Kniha je populárním úvodem do teorie binárních relací. Nepředpokládá hlubší znalosti matematiky, potřebné poznatky o množinách jsou uvedeny v příloze. Je psána velmi srozumitelně. Zaváděné pojmy jsou vždy motivovány, čtenáři je ukázána cesta od intuitivně známého

pojmu k exaktní matematické definici, definované matematické pojmy jsou demonstrovány na příkladech. Jsou zdůrazněny zejména algebraické aspekty teorie relací, výklad je však rozšířen o interpretace relací pomocí matic a grafů. Kniha vyšla též v polštině, maďarštině a angličtině.

Stručný obsah: Předmluva. Přehled symbolů (11 str.). Úvod. 1. Relace (45 str.). 2. Stejnost a ekvivalence (36 str.). 3. Podobnost a tolerance (41 str.). 4. Uspořádanost (50 str.). 5. Relace ve školské matematice (8 str.). 6. Zobrazení relací (16 str.). 7. Příklady z matematické lingvistiky (55 str.). Přílohy (25 str.). Doslov. Přehled doporučené literatury (41 titulů). Rejstřík. Rejstřík symbolů.

V prvních čtyřech kapitolách je obsažena základní látka o relacích, ekvivalencích, tolerancích a uspořádáních, pátá kapitola uvádí příklady relací ze školské matematiky, šestá kapitola pojednává o homomorfiemech relací. Sedmá kapitola seznamuje čtenáře s problematikou matematické lingvistiky a ukazuje tak jednu z oblastí, ve které se relací hojně užívá.

Jazyk teorie relací nachází stále větší uplatnění a to nejen v matematice samé, ale i v přírodních a technických vědách, v lékařství, biologii, ekonomii, atd. Vzhledem k tomu je možno tuto knížku vřele doporučit odborným pracovníkům s nejrůznějším zaměřením, studentům středních a vysokých škol, ale i všem zájemcům o matematiku.

Jindřich Bečvář

E. C. Pielou: MATHEMATICAL ECOLOGY. John Wiley, New York, 1977. X + 385 str., 52 obr.

Od roku 1969, kdy profesorka Pielou vydala *An Introduction to Mathematical Ecology*, zaujímal tento „úvod“ prominentní místo v knihovnách teoretizujících ekologů a často si v něm listovali i matematici aplikující některé partie z analýzy nebo statistiky do ekologie. Ne pro každého však byla kniha skutečně úvodem. Pro biologы s klasickým vzděláním napsala proto autorka méně náročnou *Population and Community Ecology: Principles and Methods* (Gordon and Breach, New York 1974) a z názvu nového rozšířeného vydání první knihy již slovo úvod vypustila. Máme před sebou tedy „Matematickou ekologii“. Ze značné části je to „matematika pro ekology“, jsou zde ovšem partie, které se stávají nosnou kostrou vznikající teoretické ekologie.

Matematický aparát je představován diferenciálními rovnicemi, rekurentními vztahy pro diskretní procesy, maticovou algebrou, teorií pravděpodobnosti, teorií informace a statistikou. V jednotlivých kapitolách je postupně formalizována růstová dynamika samostatných a vzájemně se ovlivňujících populací. Na otázky stability vicedruhových ekologických systémů je aplikováno Routh-Hurwitzovo kritérium. Dvě rozsáhlé kapitoly (str. 111 až 266) jsou věnovány prostorovému uspořádání (pattern) populací a jejich vzájemné závislosti, resp. nezávislosti. Přehledně jsou popsány metody studia populační struktury biologických společenstev (v roce 1975 vydala autorka samostatnou knihu věnovanou této problematice: *Ecological Diversity*, J. Wiley, N. Y.). Poslední kapitoly nás uvádějí do numerické klasifikace a ordinace společenstev. Je to pěkný přehled vybraných metod mnohorozměrné statistiky.

Výklad se odvíjí plynule, jen místy docházíme k obtížněji sledovatelným skokům; např. probability generating function na str. 117. Recenzovaná kniha nepostihuje rovnoměrně celou ekologii. Jen zcela okrajově jsou zde zmiňovány takové základní ekologické pojmy jako je sukcese, tok energie, produkce biomasy a biogeochemické cykly. I tyto ekologické procesy mají dnes již určitou teorii bohatě využívající aparátu moderní matematiky, např. stochastických diferenciálních rovnic (viz články v časopise *Ecological Modelling*, který vychází od roku 1975). Omezení na klasické problémy kvantitativní a teoretické ekologie se však ukázalo jako přednost. Profesorce E. C. Pielou se podařilo napsat tematicky sevívenou učebnici obohacenou mnoha vlastními výsledky.

Marcel Rejmánek

*I. M. Singer, J. A. Thorpe: LECTURE NOTES ON ELEMENTARY TOPOLOGY AND GEOMETRY. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin, 1976, v edici Undergraduate Texts in Mathematics, VIII + 232 stran, 108 obr.*

Kniha je pozoruhodnou elementární učebnicí geometrie a topologie, seznamující čtenáře s mnoha důležitými pojmy a výsledky těchto matematických disciplín. Její neobvyklost tkví nejen ve výběru materiálu, zahrnujícím jak metody obecné topologie tak i metody diferenciální topologie a geometrie, ale i ve snaze autorů demonstrovat čtenáři určitou vnitřní jednotu matematiky, projevující se ve vzájemných souvislostech, prolínání a překrývání jednotlivých matematických oborů.

První dvě z osmi kapitol jsou věnovány množinové topologii. Po stručném přehledu naivní teorie množin se zde postupně probírají základní topologické pojmy, souvislé a kompaktní prostory, spojitá zobrazení, kartézské součiny topologických prostorů a Tichonovova věta, axiomy oddělitelnosti, oddělování množin spojitými funkcemi a konečně úplné metrické prostory. Závěrem je pak uvedeno několik aplikací Baireovy věty o kategoriích; např. je s její pomocí dokázána existence spojitě funkce nemající v žádném bodě derivaci.

Třetí kapitola pojednává o fundamentální grupě prostoru a nakrývajících prostorech, čtvrtá kapitola zahrnuje geometrii simplicialních komplexů, barycentrická zjemnění, větu o simplicialní aproximaci a vyjádření fundamentální grupy simplicialního komplexu s pomocí generátorů a relací.

Pátá kapitola je věnována diferencovatelným varietám. Po zavedení základních pojmů jsou studovány diferenciální formy na varietách, definovány De Rhamovy kohomologické grupy a dokázáno Poincaréovo lemma. Závěrečný paragraf obsahuje různé doplňky, mimo jiné důležitou větu o hladkých rozkladech jednotky na parakompaktních varietách.

V šesté kapitole jsou definovány homologické a kohomologické grupy simplicialních komplexů a dokázána De Rhamova věta o isomorfii simplicialních a De Rhamových kohomologických grup hladce triangulované variety.

Závěrečné dvě kapitoly jsou věnovány Riemannově geometrii ploch. Sedmá kapitola seznamuje čtenáře s pojmy paralelního přenosu, konexe a křivosti, je zde dokázána Gauss-Bonnetova věta o vztahu křivosti a Eulerovy charakteristiky a pojednává se zde též o geodetických souřadných systémech, isometriích a plochách s konstantní křivostí. Předmětem osmé kapitoly jsou vlastnosti ploch v  $R^3$ .

Kniha je napsána pečlivě a srozumitelně, velká pozornost je věnována geometrické interpretaci zaváděných pojmů a jejich ilustraci na příkladech. Určitým nedostatkem je podle mého názoru velmi malý počet cvičení, jež jsou navíc víceméně náhodně roztroušena v textu.

Publikace je dobrým úvodem do topologie a geometrie, vhodným zejména pro studenty matematiky a fyziky nižších ročníků, přístupným však též studentům technických oborů a majícím dobré předpoklady probudit u čtenáře hlubší zájem o tyto matematické disciplíny.

*Vojtěch Bartík*

*Edwin E. Moise: GEOMETRIC TOPOLOGY IN DIMENSIONS 2 AND 3. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin, 1977, v edici Graduate text in Mathematics, sv. 47, stran X + 262, obr. 92.*

Geometrickou topologii lze velmi zhruba a poněkud nepřesně charakterizovat jako větev topologie variet zabývající se otázkami existence homeomorfismů. Kniha E. E. Moisea, významného amerického specialisty v této oblasti, je učebnicí geometrické topologie v dimensích 2 a 3. Problematika v ní studovaná je dobře patrna z názvů následujících nejdůležitějších paragrafů: 2. Separční vlastnosti polygonů v  $R^2$ . 3. Schönfliesova věta pro polygony v  $R^2$ . 4. Jordanova věta o křivce. 5. PL-homeomorfismy. 6. PL-aproximace homeomorfismů. 8. Věta o triangulaci

2-variet. 9. Schönfliesova věta. 10. Krotká vnoření do  $\mathbb{R}^2$ . 12. Homeomorfismy Cantorových množin. 13. Totálně nesouvislé kompaktní množiny v  $\mathbb{R}^2$ . 17. PL-varianta Schönfliesovy věty v  $\mathbb{R}^3$ . 18. Antoineova množina. 19. Divoký oblouk s jednoduše souvislým doplňkem. 20. Divoká 2-sféra s jednoduše souvislým doplňkem. 22. Klasifikace kompaktních souvislých 2-variet. 23. Triangulované 3-variety. 25. Stallingsův důkaz Papakyriakopoulosovy věty o smyčce. 26. Cylindrická (= bicollar) okolí; rozšíření věty o smyčce. 27. Dehново lemma. 29. Meze platnosti věty o smyčce: Stallingsův příklad. 35. Věta o triangulaci. 36. Hauptvermutung; krotká vnoření.

Výklad je poměrně podrobný, orientaci v důkazech, jež jsou někdy dosti nepřehledné, ulehčují četné obrázky. Některé důkazy jsou nové, většinou se však autor nepřilíši odchyluje od historického vývoje. K většině paragrafů jsou připojena cvičení různého stupně obtížnosti, celkem je jich v knize více než tři sta. Většina z nich představuje pravdivá tvrzení doplňující, rozšiřující nebo osvětlující vyloženou látku, v mnoha cvičeních jsou však záměrně vyslovena tvrzení nepravdivá. Čtenářův úkol pak spočívá v tom, aby sám rozhodl, zda vyslovené tvrzení je pravidvé či nikoliv a podle toho je buď dokázal nebo našel protipříklad.

Kniha je velmi pěkným úvodem do problematiky a metod geometrické topologie v malých dimensích, který, i když je určen především studentům, aspirantům a specialistům v tomto oboru, lze doporučit každému, kdo se chce s touto zajímavou a názornou ale přitom velmi obtížnou oblastí topologie variet seznámit.

*Vojtěch Bartík*

*Rabe von Randow*: INTRODUCTION TO THE THEORY OF MATROIDS. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer-Verlag, Berlin 1975. Stran 102, cena neudána.

Jako počátek teorie matroidů se zpravidla udává práce H. Whitneye „On the abstract properties of linear dependence“, publikovaná v roce 1935. Teorie sama má blízko k lineárnímu programování i k teorii svazů, avšak v současné době se za nejvýstižnější oblast pro její zařazení považuje kombinatorická matematika.

Rozrůstající se počet prací s problematikou matroidů vyvolal i potřebu unifikace jednotlivých přístupů. Takto je autorem označován i jeden z cílů knihy (citují autora: „Hlavním předmětem je poskytnout úvod do teorie matroidů a všech základních koncepcí, spjatých s nimi, bez zředění, kteréhokoliv ze speciálních přístupů, a dokázat ekvivalenci všech obvyklých definic matroidů.“). Text byl sestavován s přihlédnutím k tomu, že kniha je mj. určena odborníkům v ekonomii a specialistům z oboru operačního výzkumu.

Uvedené cíle autor dosahuje výkladem rozčleněným do pěti kapitol. Ke zpracování textu lze však mít některé výhrady. Pomineme-li vždy diskusní výběr látky pro úvod do teorie, jeví se jako méně vhodné to, že s prvními příklady matroidů se čtenář setká teprve až přečte celou první třetinu knížky. Styl výkladu se vyznačuje místy dosti značnou zkratkovitostí, což jednak snižuje čitelnost knihy (např. str. 93), jednak vede ke gramaticko-matematickým slepencům (srov. str. 77<sub>12</sub>: Jestliže..., pak  $\exists$  podmnožiny...; podobně str. 70<sup>12</sup>, 81<sub>8</sub> a další).

Positivním rysem knihy je to, že rozsah informace, kterou kniha přináší, je zvyšován tím, že jsou zde bez důkazu zařazeny zmínky o dosažených hlubších výsledcích s odkazem na původní časopisecké práce. Rejstřík a bibliografe s 51 citacemi představuje jistě další zhodnocení knihy.

U těch čtenářů, kteří mají dobrý cvik v abstraktních matematických úvahách, splní kniha svůj účel. Začátečnickům bych však doporučil přečíst si před studiem Randownovy knihy článek R. J. Wilsona „An introduction to matroid theory“, který vyšel v časopise Amer. Math. Monthly 80 (1973), 500—525.

*Ladislav Beran*