

Aplikace matematiky

Milan Geryk

Algoritmy. 35. LAGRANGE. Lagrangeova interpolace n proměnných

Aplikace matematiky, Vol. 19 (1974), No. 2, 136–138

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103521>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1974

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ALGORITMY

35. LAGRANGE

LAGRANGEOVA INTERPOLACE N PROMĚNNÝCH

MILAN GERYK, Přeřov, Výzkumný ústav Přeřovských strojůren

Nechť je dána hladká funkce N nezávisle proměnných x_1, x_2, \dots, x_N tabelovaná v jistém oboru Ω analogickém kvádru. Nezávisle proměnné v tabulce nabývají hodnot

$$(1) \quad (x_1 =) x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1K_1}, \quad (x_2 =) x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2K_2}, \dots, \\ \dots, (x_N =) x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{NK_N}.$$

Hodnoty nemusejí být ekvidistantní. Pro všechna i je $K_i \geq 2$. Pro každou kombinaci indexů udává tabulka závisle proměnnou y :

$$(2) \quad y_{11\dots11}, y_{11\dots12}, y_{11\dots13}, \dots, y_{11\dots1K_N}, y_{11\dots21}, \dots, y_{11\dots2K_N}, \dots \\ \dots, y_{11\dots K_{N-1}K_N}, \dots, y_{K_1K_2\dots K_{N-1}K_N}$$

tak, že $y_{i_1\dots i_n}$ znamená hodnotu funkce y v bodě $\{x_{1i_1}, \dots, x_{Ni_n}\}$.

Počet těchto funkčních hodnot je tedy

$$(3) \quad M = \prod_{i=1}^N K_i.$$

Hledáme přibližnou funkční hodnotu S v bodě

$$(4) \quad \{z_1, z_2, \dots, z_N\} \in \Omega.$$

Použijeme zobecněné Lagrangeovy interpolační formule, která je vyložena např. v knize Isaacson-Keller: Analysis of numerical methods.

$$(5) \quad S = \sum_1^M [y_{i_1 i_2 \dots i_N} \prod_{j=1}^N F_{ji_j}],$$

kde

$$(6) \quad F_{j_i} = \frac{(z_j - x_{j,1})(z_j - x_{j,2}) \dots (z_j - x_{j,i_j-1})(z_j - x_{j,i_j+1}) \dots (z_j - x_{j,K_j})}{(x_{j,i_j} - x_{j,1})(x_{j,i_j} - x_{j,2}) \dots (x_{j,i_j} - x_{j,i_j-1})(x_{j,i_j} - x_{j,i_j+1}) \dots (x_{j,i_j} - x_{j,K_j})}$$

odpovídá j -té proměnné při vynechání i_j -tého kořenového činitele. Znak \sum v rovnici (5) znamená sčítání přes všechny indexy $i_1 = 1, \dots, K_1, \dots, i_N = 1, \dots, K_N$.

V následující proceduře $K[1 : N]$ je pole typu **integer** obsahující čísla $K_1, K_2, \dots, \dots, K_N$,

$X[1 : \sum_{i=1}^N K_i]$ pole s čísly (1), $Y[1 : M]$ pole s čísly (2), $Z[1 : N]$ pole s čísly (4). Příkaz za návěštím $L1$ lze vynechat; jeho ponechání je výhodné v případě velkých K_i , rovnají-li se některé souřadnice v Z hodnotám z X . Rovněž příkaz za návěštím $L3$ lze vynechat; jeho ponechání je výhodné v případě velkého N , opět rovnají-li se některé souřadnice v Z hodnotám z X .

procedure LAGRANGE (N, K, X, Y, Z, S);

value N ; **integer** N ; **integer array** K ; **array** X, Y, Z ; **real** S ;

begin **integer** $I, J, L, M, I1, I2, I3$; **integer array** $index, INDEX, C [1 : N]$;

for $I := 1$ **step** 1 **until** N **do**

if $I = 1$ **then** **begin** $index [I] := 1$; $INDEX [I] := M := K[1]$ **end**

else **begin** $index[I] := index[I - 1] + K[I - 1]$;

$INDEX[I] := INDEX[I - 1] + K[I]$; $M := M \times K[I]$ **end**;

$J := INDEX[N]$;

begin **array** $P[1 : J]$; **real** T, U, R ;

$I := I2 := 0$;

for $L := 1$ **step** 1 **until** J **do**

begin **if** $L > I2$ **then** **begin** $I := I + 1$; $I1 := index[I]$; $I2 := INDEX[I]$;

$T := Z[I]$ **end**;

$R := 1.0$; $U := X[L]$;

for $I3 := I1$ **step** 1 **until** $I2$ **do**

if $I3 \neq L$ **then** **begin** $R := R \times (T - X[I3]) / (U - X[I3])$;

$L1$: **if** $R = 0.0$ **then** **go to** $L2$ **end**;

$L2$: $P[L] := R$

end;

```

for  $I := 1$  step 1 until  $N$  do  $C[I] := index[I]$ ;
 $S := 0.0$ ;
for  $I := 1$  step 1 until  $M$  do
begin  $R := Y[I]$ ;
    for  $I3 := 1$  step 1 until  $N$  do begin  $L := C[I3]$ ;  $R := R \times P[L]$ ;
         $L3: \text{if } R = 0.0 \text{ then go to } L4 \text{ end}$ ;
     $L4: S := S + R$ ;  $I3 := N$ ;
     $LL: \text{if } C[I3] = INDEX[I3] \text{ then begin } C[I3] := index[I3]$ ;  $I3 := I3 - 1$ ;
        if  $I3 \neq 0$  then go to  $LL$  end
    else  $C[I3] := C[I3] + 1$ 
    end
end
end
end LAGRANGE;

```

Příklad 1. Tabulka (1) má tvar ($N = 3, K_1 = 3, K_2 = 2, K_3 = 2$):

x_1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3
x_2	7	7	8	8	7	7	8	8	7	7	8	8
x_3	4	5	4	5	4	5	4	5	4	5	4	5
y	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7

Tedy $K = \{3; 2; 2\}$, $X = \{1; 2; 3; 7; 8; 4; 5\}$, Y obsahuje právě čtvrtý řádek tabulky. V bodě $Z = \{1.1; 7.1; 4.1\}$ dostaneme $S = 1.4$.