Recense

Aplikace matematiky, Vol. 18 (1973), No. 5, 375–377

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/103489

RECENSE

Petr Vopěnka, Petr Hájek: THE THEORY OF SEMISETS (Teorie polomnožin) nakladatelství Academia, 1972, 332 stran, cena 100,— Kčs.

Teorie množin, která vznikla teprve ve druhé polovině minulého století, prošla v posledních desetiletích pozoruhodným vývojem. Studium modelů teorie množin přineslo důležité výsledky a dostalo se do popředí zájmu. Závažnými mezníky na této cestě byly Gödelův důkaz relativní bezespornosti axiomu výběru a hypotézy kontinua vůči axiomům teorie množin (1938), důkaz nezávislosti axiomu výběru metodou Fraenkel - Mostowského modelů (1922, 1939), sestrojení tzv. nestandardního modelu teorie množin metodou ultraproduktu (1962) a Cohenův důkaz nezávislosti zobecněné hypotézy kontinua a axiomu výběru (1963). Cohenova metoda (forcingu) byla nezávisle Vopěnkou a Scottem - Solovayem přepracována na tzv. metodu booleovských modelů a stala se počátkem řady dalších konsistenčních výsledků. Tato metoda je jedním z hlavních důkazových prostředků v teorii množin v posledním desetiletí.

Dosud vyšlo několik monografií (J. B. Rosser, A. Mostowski aj.), které zachycují poslední vývoj, popisují nové metody, snaží se vypreparovat jejich techniku a ukazují i širokou škálu dosažených výsledků. Autoři knihy The Theory of Semisets (teorie polomnožin) přistupují k látce z jiné strany. Z toho, co vývoj přinesl, chtějí vyvodit nový pohled na tuto oblast základů matematiky, položit základ pro novou obecnější teorii (rozšiřující obor úvahy teorie množin), která by dovolila axiomatisovat nově uvažované struktury a situace, a tak posunula hranice, které matematice dala teorie množin a které se staly citelnými.

V úvodu knihy je objasněna motivace teorie polomnožin, její základní pojmy a ideje a její vztah k nejčastěji užívaným axiomatisacím teorie množin, k axiomatisaci Zermelo - Fraenkelově a Bernays - Gödelově. Vlastní výklad je rozdělen do šesti kapitol. První kapitola začíná vybudováním tzv. teorie tříd, která je společným fragmentem teorie polomnožin a Bernays - Gödelovy teorie množin. Zde je dán i základní obrys teorie polomnožin a metamatematický aparát k jejímu studiu, jehož základním pojmem je pojem syntaktického modelu jedné axiomatické teorie v druhé. V metamatematických úvahách stojí autoři v knize na finitním — konstruktivním stanovisku. Po přečtení této kapitoly může čtenář získat dobrou představu o specifice této teorie a metod, které budou rozvíjeny v dalším textu. Druhá kapitola obsahuje důležité partie, které jsou společné teorii množin i teorii polomnožin (ordinální čísla, kardinální aritmetiku) a částečně je věnována studiu úplných Booleových algeber a separovaných uspořádání (z hlediska teorie polomnožin). Třetí kapitola se zabývá studiem modelových tříd a otázkami spojenými s axiomem regularity a axiomem vyběru. Je zde dokázána konsistence a nezávislost nejsilnějšího axiomu regularity vzhledem k teorii polomnožin. V rámci teorie polomnožin jsou vyloženy dnes už klasické výsledky o bezespornosti a nezávislosti axiomu výběru získané metodou Fraenkel - Mostowského a Gödelovým konstruktivním modelem. Je zde též vyložen pojem (ordinální) definovatelnosti a jeho vztah k axiomu výběru. V úvahách této kapitoly hraje klíčovou roli tzv. Lévyho princip reflexe. Ve čtvrté kapitole se detailně studuje důležitý pojem teorie polomnožin — pojem supportu, axiomy supportu, booleovské supporty a vztah závislosti polomnožin na supportu. Každy booleovský support je úplným ultrafiltrem na úplné Booleově algebře, proto se studují vlastnosti těchto ultrafiltrů a pojem podobnosti supportů. Další kapitola se zabývá tzv. rozšířením modelů teorie polomnožin do modelů teorie množin a bezesporností axiomů supportu. Je ukázáno, že teorie polomnožin s axiomem supportu je konservativním rozšířením teorie množin. Ultraproduktový model, který se používá v těchto důkazech, je také jedním z hlavních prostředků ke studiu teorie polomnožin bez axiomu standartnosti. Tato teorie není v knize podrobněji rozebírána, ale má samostatný význam např. pro studium nestandartní analysy. Ilustrující příklady modelů najde čtenář na počátku šesté kapitoly. Zde je dokázána např. nezávislost hypotézy kontinua a axiomu výběru vzhledem k teorii množin s axiomem regularity. Je studován support jedné modelové třídy nad druhou a vztah metody booleovských modelů k teorii polomnožin.

Poslední tři kapitoly tvoří stěžejní část knihy. V nich jsou rozvinuty principy teorie polomnožin do hloubky. Tato část knihy se opírá o původní výsledky autorů, týkající se booleovských modelů, které stimulovaly vznik teorie polomnožin, a shrnuje výsledky jejich několikaleté práce. Je zde např. ukázáno, že teorie polomnožin dává jistou axiomatisaci Cohenově metodě. Kromě vlastních výsledků jsou na několika místech zpracovány i výsledky jiných autorů (McAloon, Jech - Sochor), které věcně souvisí s pracemi autorů knihy. Studium knihy je místy dosti obtížné, nepředpokládá však žádné předběžné znalosti. Přinese užitek každému, kdo se chce seznámit se současným vývojem teorie množin a jeho vlivem na vývoj základů matematiky.

Petr Štěpánek, Jiří Polívka

Wolgang Walter: GEWÖHNLICHE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN. Eine Einführung. XI + 229 stran. Nakladatelství Springer, Berlin—Heidelberg—New York 1972.
Série Heidelberger Taschenbücher, Band 110. Cena DM 14,80; US $ 4,70.

V úspěšné řadě Heidelberger Taschenbücher vyšlo už několik význačných matematických textů; tato Walterova kniha je dalším hodnotným příspěvkem.

Z předmluvy se dovídáme, že podkladem pro knihu byly přednášky na universitě v Karlsruhe, určené studentům matematiky, fyziky a informatiky. Z tohoto důvodu je zde věnováno poměrně mnoho místa elementárním integračním metodám. Na druhé straně však autor užívá velmi důsledně moderních koncepcí. Věta o pevném bodě kontrakce je spolu s pružnou volbou normy v prostoru spojitých funkcí základním teoretickým principem.

Geometrické rysy teorie jsou možná poněkud potlačeny, ale to už záleží na tom, jak kdo chápe elementární kurs. V této souvislosti je zajímavé provést srovnání s knihami Pontrjagina a Arnolda, určenými podobnému okruhu čtenářů.

V této knize se čtenář ovšem doví i něco z teorie lineárních rovnic v komplexním oboru a z okrajových úloh.

Závěrem lze říci, že recenzovaný svazek je pěkná kompaktní učebnice, jakou bychom v naší literatuře rychle potřebovali.

Karel Karták

Jan Havrda: MATEMATICKÉ PROGRAMOVÁNÍ. SNTL Praha 1972, 164 stran, cena 12,— Kčs.

Státní nakladatelství technické literatury vydalo jako třetí svazek řady „Matematický seminář SNTL" knížku o matematickém programování, která jistě vzbudí zájem široké čtenářské veřejnosti. Podat v útlé knížce přehled o tak rozsáhlém oboru, jaký dnes již matematické programování představuje, je jistě velmi náročný úkol a je přirozené, že jednotlivé partie nejsou zpracovány stejně podrobně.

Po úvodu, v němž jsou kromě tradičních ekonomických aplikací lineárního programování uvedeny i méně známé teoretické úlohy (např. úloha o uspořádání součtu čísel podle velikosti nebo o nalezení nejbližšího bodu v dané množině), následuje výklad o teoretických základech matematického programování. Velmi pečlivě je zpracována partie o konvexních množinách včetně vět o oddělitelnosti a representaci konvexní množiny a jsou uvedeny potřebné výsledky z teorie konvexních funkcí (články 3 a 4).

Články 5 a 7 se zabývají lineárním programováním. Na rozdíl od obvyklých publikací je méně místa věnováno dualitě a její interpretaci (na str. 75 je nepřesně formulováno tvrzení o tom, jak lze najít v simplexové tabulce řešení duální úlohy) a problému degenerace (pozor na definici!). Ve tvrzení věty 5·4 na str. 45 není předpoklad nedegenerace využit. Je dokázána Farkasova věta a článek 15 je věnován vztahu lineárního programování a teorie her. Pro účely tohoto výkladu podává článek 14 úvod do teorie maticových her včetně důkazu minimaxové věty.

Teoretické základy konvexního programování jsou zpracovány v článku 6. Jsou zde uvedeny Kuhn-Tuckerovy podmínky pro sedlový bod Lagrangeovy funkce v nezáporném oboru a věta o vztahu úlohy o sedlovém bodu a úlohy nelineárního programování za předpokladu, že množina přípustných řešení má vnitřní bod. Tento předpoklad je poněkud silnější, než je pro účely důkazu třeba. Jako speciální případ je uvedeno kvadratické programování (čl. 8) spolu s naznačením Frankeho-Wolfeovy metody. Výklad této metody je velmi stručný. Přesto, že je ilustrován na numerickém příkladě, může u neinformovaného čtenáře vzbudit pouze povědomí o tom, že existují speciální algoritmy pro kvadratické programování. Poněkud podrobněji je vyložena metoda přípustných směrů pro konvexní programování (čl. 9).

Článek 10 o parametrickém programování a článek 11 o lomeném programování jsou vhodně pojaté úvodní lekce, které seznamují s uvedenými úlohami, jejich řešením a vzájemnou souvislostí tak, že čtenář může základní myšlenky sám dále rozvíjet. (Poznamenejme jen, že v příkladě na str. 101 je téměř od počátku numerická chyba.) Oproti tomu se domnívám, že články 12 a 13 o celočíselném a stochastickém programování nevystihují současný stav v těchto disciplínách; škoda, že není alespoň citována modernější literatura. Dynamické programování není do knížky zahrnuto, i když se v některých příkladech principu optimality využívá.

Autor knihy se nezabývá ekonomickou interpretací výsledků ani otázkami výpočetní techniky. Výklad je bohatě ilustrován na numerických příkladech. Až na výjimky (potíže může činit složité značení, místy přílišná stručnost textu nebo snaha o úspornou sazbu) bude kniha srozumitelná posluchačům vysokých škol po absolvování základních kursů matematické analýzy a algebry. Některých partií bude možno užít jako studijního textu k přednáškám o matematickém programování. U pracovníků z praxe snad vzbudí četba knihy zájem o další sebevzdělání nejen v lineárním programování, ale i v jiných oblastech matematického programování.

Jitka Dupačová (Žáčková)

Güntsch F. R., Schneider H. J.: EINFÜHRUNG IN DIE PROGRAMMIERUNG DIGITALER RECHENAUTOMATEN. Walter de Gruyter, Berlin, 1972, 320 str.

Tato kniha je již třetím vydáním učebnice, jež poprvé vyšla r. 1960. Byla však velmi důkladně přepracována, takže z původního vydání zbylo již jen velmi málo.

Jde o elementární učebnici programování, v níž je především probíráno jednak programování v ALGOLu 60, jednak ve strojovém kódu počítače TR 440. Tato látka, která tvoří osu knihy, je pak doplněna výkladem programování v assambleru (TAS pro TR 440) a výkladem principů překladu z jazyka ALGOL 60. V posledních dvou kapitolách autoři velmi stručně pojednávají o multiprogramování, možnostech paralelní práce jednotlivých částí počítače, interaktivní práci s počítačem a operačních systémech.

Kniha je psána velmi přístupně a dobře se čte. Našemu čtenáři je však poněkud vzdálené programování pro počítač TR 440, jenž nemá bytovou strukturu, čímž se stává v dnešní době již poněkud atypický.

Jiří Raichl