

Aplikace matematiky

Vlado Čech

Algoritmy 29. LAGUER. Určenie koreňov polynomu Laguerreovou metódou

Aplikace matematiky, Vol. 18 (1973), No. 1, 73–75

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103449>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1973

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ALGORITMY

29. LAGUER

URČENIE KOREŇOV POLYNÓMU LAGUERREOVOU METÓDOU

VLADO ČECH, MFFUK, Praha

$$\text{Nech } f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1} + a_n \quad (1)$$

je reálny polynóm, ktorého všetky korene sú reálne a navzájom rôzne, nech x_0 je ľubovoľné reálne číslo také, že $f'(x_0) \neq 0$. Potom postupnosť $\{x_i\}$ definovaná

$$x_{i+1} = x_i - \frac{nf(x_i)}{f'(x_i) + \text{sign}(f'(x_i))\sqrt{h(x_i)}}, \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

kde $h(x_i) = (n-1)[(n-1)(f'(x_i))^2 - nf(x_i)f''(x_i)]$, konverguje ku koreňu polynómu (1). Rád konvergenzie je 3.

Procedúra *LAGUER* určí počiatočnú aproximáciu, s požadovanou presnosťou vypočíta jeden z koreňov polynómu (nech je to x^0), polynóm vydelený koreňovým činiteľom $x - x^0$ a tento postup opakuje s novým polynómom, ktorého stupeň je o 1 nižší.

procedure *LAGUER* ($n, A, k, e1, e2, X, L1, L2$);

comment n ... stupeň polynómu (1)

A ... pole, deklarované v hlavnom programe s rozmermi $0 : n$, obsahujúce koeficienty polynómu (1), ktoré sú uložené postupne od koeficientu pri najvyššej mocnине po absolútneho člena v zložkách $A[0]$, $A[1]$ až $A[n]$, predpokladá sa, že polynóm je daný v normovanom tvare ($a_0 = 1$), prácou procedúry sa pôvodný obsah poľa A zničí

k ... maximálny počet iterácií pri výpočte jedného koreňa

$e1$... malé kladné číslo, iterovanie koreňa skončí, ak pre iterácie x_i, x_{i+1} platí $|x_i - x_{i+1}| \leq e1$ i $|f(x_i)| \leq e1$

$e2$... ak $|x| < e2$, tak reálne x pokladáme za nulové. Voľba $e2$ závisí na počítači. U MINSKu 22 sa osvedčilo $e2 = 10^{-6}$.

X ... výstupný parameter, pole, deklarované v hlavnom programe s rozmermi $1 : n$, obsahuje korene polynómu (1)

L1... návštev v hlavnom programe, na ktoré sa skáče, ak je metóda pre daný polynóm nevhodná (polynóm nemá všetky korene rôzne, reálne)

L2... návštev v hlavnom programe, na ktoré sa skáče, ak na dosiahnutie presnosti $e1$ nestačí k iterácií;

integer k, n ; **real** $e1, e2$; **array** A, X ; **label** $L1, L2$;

begin integer i, j, m, p ; **real** h, w, z ;

array $c[-1 : n], y[0 : 2]$;

$c[-1] := 0$;

for $m := n$ **step** -1 **until** 1 **do**

begin $p := 0$;

$w := A[0]$;

for $i := 1$ **until** m **do**

if $A[i] < w$ **then** $w := A[i]$;

if $sign(w) < 0$ **then** $w := 1.0 - w$ **else** $w := 1.0$;

$La: p := p + 1$;

if $p > k$ **then go to** $L2$;

for $i := 0$ **step** 1 **until** m **do** $c[i] := A[i]$;

for $j := 0, 1, 2$ **do**

begin for $i := 1$ **step** 1 **until** $m - j$ **do**

$c[i] := c[i - 1] \times w + c[i]$;

$y[j] := c[m - j]$

end;

$y[2] := 2.0 \times y[2]$;

$z := w$;

$h := (m - 1) \times ((m - 1) \times y[1] \uparrow 2 - m \times y[0] \times y[2])$;

if $sign(h) < 0$ **then go to** $L1$;

$h := sign(y[1]) \times sqrt(h) + y[1]$;

if $abs(h) < e2$ **then go to** $L1$;

$w := -m \times y[0] / h + w$;

if $abs(w - z) > e1 \vee abs(y[0]) > e1$ **then go to** La ;

for $i := 1$ **step** 1 **until** $m - 1$ **do**

$A[i] := A[i - 1] \times w + A[i]$;

$X[m] := w$

end

end;

Kontrolný príklad

príkaz procedúry: *LAGUER* ($n, A, 75, 10^{-6}, 10^{-8}, X, L1, L2$);

výsledky: polynóm $x^3 - 7.5x^2 + 17.75x - 13.125$

korene
2.50000000
2.50000000
1.50000000

polynóm $x^4 + 0.188685x^3 - 1.305169x^2 - 0.122802x - 0.412114$

korene
 $8.44799276 \times 10^{-1}$
 $6.75451284 \times 10^{-1}$
 $-7.65615612 \times 10^{-1}$
 $-9.43319964 \times 10^{-1}$

polynóm $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1$

korene
2.61803400
1.61803400
 $3.81966002 \times 10^{-1}$
 $-6.18033984 \times 10^{-1}$

Procedúra bola vytvorená v rámci cvičenia z num. matematiky na MFFUK.

Literatúra

[1] *A. Ralston*: A First Course in Numerical Analysis, McGraw-Hill Book Company, 1965.