

# Aplikace matematiky

---

## Recenze

*Aplikace matematiky*, Vol. 17 (1972), No. 2, 153–156

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103403>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1972

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENZE

SOFTWARE, PRACTICE & EXPERIENCE, nový časopis vydávaný nakladatelstvím Willey-Interscience, London, roční předplatné £ 8,50, vychází čtvrtletně.

Vedoucími redaktory tohoto nového časopisu jsou D. W. Barron a C. A. Lang. V jeho redakčním kruhu je řada vedoucích osobností v oboru programování — z několika států — jako např. M. V. Wilkes (Velká Británie), D. T. Ross (USA), F. J. Corbató (USA), J. Katzenelson (Izrael), G. N. Lance (Austrálie). Časopis si klade za úkol pomoci při tvoření nových programových vybavení počítačů, což je práce, jež vyžaduje mimo jiné značných praktických zkušeností, které jsou v dnešní době jen z malé míry k dispozici v psané formě. Ostatní časopisy tvorbě programového vybavení nevěnují vždy dostatečnou pozornost, proto tuto mezeru se bude snažit vyplnit tento nový časopis. V jeho obsahové náplni má být kladen důraz na sdělování zkušeností ověřených praxí. Bude věnována pozornost jak systémovému tak aplikačnímu programovému vybavení a užití počítačů v dávkovém zpracování, ve sdílení času, v reálném čase i při interaktivním způsobu práce. Články mají pokrýt pole návrhu programového vybavení i jeho realizace, mají se týkat jeho vývoje i nových myšlenek tento vývoj ovlivňujících. Budou zařazovány podrobné články o osvědčených technikách, které nebyly dosud publikovány. Ač bude kladen důraz na praktické zkušenosti, budou uveřejňovány i články teoretického charakteru, pokud lze čekat, že lepší porozumění teorii povede k vytváření lepších programovacích prostředků.

První číslo prvního ročníku (o 99 stránkách), které měl recenzent k dispozici, obsahuje osm prací, z nichž vyjímáme „Architektura programového vybavení v sedmdesátých letech I. část“, „Návrh textového editoru“, „Program pro kreslení planárních grafů“. Články v tomto čísle jsou od renomovaných autorů (Poole, Evans, Samet) a dobře srozumitelné i bez hlubších znalostí v oboru. Podaří-li se i v budoucnu redakci udržet úroveň časopisu takovou, jakou slibuje první číslo, získá jím celý obor programování velmi cenný prostředek k výměně informací.

*Jiří Raichl*

*Béla Sz.-Nagy, Ciprian Foias: HARMONIC ANALYSIS OF OPERATORS ON HILBERT SPACE. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1970; North-Holland Publishing Comp., Amsterdam—London, 1970. Stran 387.*

Tato kniha je přepracované, doplněné a do angličtiny přeložené vydání původně francouzsky psané monografie: *Analyse harmonique des opérateurs de l'espace de Hilbert* (Masson et Cie, Paris — Akadémiai Kiadó, Budapest, 1967).

Teorie operátorů v Hilbertově prostoru je v období velkého rozvoje a přistupuje se k ní z mnoha různých hledisek (viz např. knihu Gochberga a Krejna: *Úvod do teorie lineárních nesamoadjungovaných operátorů* (Moskva, 1965)). Podle autorů je cílem této monografie dát podrobný přehled informací o kontraktivních operátorech, které mohou být obdrženy zkoumáním jejich unitárních rozšíření.

Kontraktivním operátorem (kontrakcí) v Hilbertově prostoru  $H$  se rozumí lineární operátor  $T$  v  $H$ , pro nějž  $\|Th\| \leq \|h\|$  pro  $h \in H$ . Unitárním rozšířením kontrakce  $T$  se rozumí unitární operátor  $U$  v Hilbertově prostoru  $H_1 \supset H$ , pro nějž platí  $(U^n h_1, h_2) = (T^n h_1, h_2)$  pro  $h_1, h_2 \in H$  a  $n = 1, 2, \dots$

Monografie obsahuje 372 stran hlavního textu a její obsah je rozčleněn do devíti kapitol. Charakteristiku jednotlivých kapitol vyjímáme z předmluvy autorů:

Kapitola 1 rozvíjí základy teorie isometrických a unitárních rozšíření. Velice důležité jsou rozšíření semigrup operátorů s jedním generátorem (diskrétních i spojitých).

V 2. kapitole jsou stanoveny některé geometrické a spektrální vlastnosti kontraktivních operátorů  $T$ . Kontrakce jsou klasifikovány v termínech asymptotického chování mocnin operátoru  $T$  a adjungovaného operátoru  $T^*$ .

V kapitole 3 a 4 je rozvinut funkcionální počet pro kontrakce, založený na aplikaci spektrální teorie jejich unitárních rozšíření. Důležité aplikace jsou dány na spojitě semigrupy kontraktivních operátorů a na funkce akretivních a dissipativních operátorů.

Kapitola 5, která je přípravná pro další kapitoly, rozvíjí hlavní myšlenky a obecné věty o analytických operátorových funkcích.

Charakteristická funkce kontraktivního operátoru je zavedena v kapitole 6. Tím je vytvořen funkční model, který dovoluje analyzovat strukturu kontrakcí a vztahy mezi spektrem, minimální funkcí a charakteristickou funkcí.

V kapitole 7 je ustanoven vzájemně jednoznačný vztah mezi invariantními podprostory kontrakce  $T$  a jistou faktorizací charakteristické funkce  $T$ .

Kapitola 8 se zabývá „slabými“ kontrakcemi, tzn. takovými kontrakcemi  $T$ , pro něž spektrum  $T$  není celý jednotkový kruh a  $E - T^*T$  má konečnou stopu.

Kapitola 9 obsahuje další rozličné aplikace metody, rozvinuté v této knize (např. kritéria podobnosti kontrakce unitárnímu operátoru apod.).

Po každé kapitole jsou uvedeny (převážně historické) poznámky a kniha je opatřena obsáhlým rejstříkem literatury.

Knihu může být užitečná i pro aplikace na lineární diferenciální rovnice a je vhodná pro postgraduální studium.

*Vladimír Lovicar*

*Paul L. Butzer, Rolf J. Nessel: FOURIER ANALYSIS AND APPROXIMATION, Vol. I. One-Dimensional Theory. Birkhäuser, Verlag Basel und Stuttgart, 1971. Stran 553.*

Tento obsáhlý 1. díl publikace se především zabývá aproximacemi funkcí definovaných na reálné přímce. Přitom se unifikuje postup při řešení daných problémů a tato unifikace se projevuje především v definici singulárního integrálu, což je operátor limitního konvolučního typu. Důsledně jsou při řešení daných problémů používány výsledky harmonické analýzy a příznačné pro tuto knihu je to, že uvádí množství příkladů, jak se dají postupy, které jsou dobře známé v analýze, přepsat do tohoto unifikovaného postupu. V celé knize je také množství cvičení, historických poznámek a neobyčejně bohatý rejstřík literatury (okolo 650 titulů).

Uvedme definici základního pojmu, tzn. singulárního integrálu pro  $2\pi$ -periodické funkce (další případ, který je průběžně v celé knize sledován, je případ funkcí definovaných na celé přímce, kde je definice (a vlastnosti) singulárního integrálu analogická): Nechť  $A$  je číselná množina,  $a_0$  je hromadný bod  $A$ . Množina  $(g_a; a \in A)$  funkcí definovaných na intervalu  $(-\pi, \pi)$  se nazývá (periodickým) jádrem, jestliže  $g_a \in L_1(-\pi, \pi)$  a  $\int_{-\pi}^{\pi} g_a(x) dx = 2\pi$  pro  $a \in A$ . Singulárním integrálem se nazývá operátor (lépe řečeno množina operátorů)  $I_a$ , definovaný pro  $2\pi$ -periodickou funkci  $f$  vztahem:

$$I_a(f)(x) = (f * g_a)(x) = (2\pi)^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} f(x-u) g_a(u) du.$$

Tento díl publikace je rozdělen na 5 částí (a 13 kapitol).

1. část na nazvána Aproximace singulárními integrály. Definuje se v ní pojem singulárního integrálu a studuje se hlavní otázka této části, to je za jakých podmínek na jádro singulárního

integrálu je  $\lim_{a \rightarrow a_0} \|I_a(f) - f\|_X = 0$  pro všechny funkce  $f$  z vhodného prostoru  $X$  ( $X$  je obvykle prostor spojitých funkcí nebo  $L_p$ ). Odhaduje se též  $\|I_a(f) - f\|_X$ , což tvoří náplň tzv. přímých aproximačních vět. Studují se zde také nejjednodušší případy inverzních aproximačních vět, jejichž podrobné studium tvoří náplň hlavní části této knihy — 5. části o saturační teorii. Dále je v této části věnována velká pozornost obecné otázce aproximace periodických funkcí trigonometrickými polynomy (věta Jacksonova a Bernsteinova).

2. část, nazvaná Fourierovy transformace, je věnována základním důležitým pojmům harmonické analýzy. Velká pozornost je věnována otázce sumace Fourierových řad, což je problém, který spadá do třídy problémů zkoumaných v 1. části knihy. Naopak se ukazuje, jak metody harmonické analýzy umožňují zesílit výsledky spojené s řešením hlavního problému 1. části knihy.

3. část knihy je věnována Hilbertově transformaci.

Část 4, nazvaná Charakterizace jistých tříd funkcí, tvoří přípravnou a spolu s 5. částí knihy hlavní partii této publikace. Je věnována především definici a studiu vlastností těch prostorů funkcí, které vystupují ve formulacích hlavních vět 5. části, v inverzních aproximačních větách.

V 5. části je vyložena teorie saturace. Definice obsahu této teorie je podána velmi obecně: Množina  $(T_a; a \in A)$  lineárních ohraničených operátorů v Banachově prostoru  $X$  se nazývá silným aproximačním procesem na  $X$ , jestliže  $\lim_{a \rightarrow a_0} \|T_a(f) - f\|_X = 0$  pro  $f \in X$ . Proces  $(T_a; a \in A)$  má saturační vlastnost, jestliže na  $A$  existuje pozitivní funkce  $p$ ,  $p(a) \rightarrow 0$  pro  $a \rightarrow a_0$ , taková, že množina  $F(X, T_a) = \{f \in X; \|T_a(f) - f\|_X = O(p(a)) \text{ } (a \rightarrow a_0)\}$  je neprázdná a jestliže pro nějaké  $f \in X$  je  $\|T_a(f) - f\|_X = o(p(a)) \text{ } (a \rightarrow a_0)$ , potom  $f$  je invariantní prvek operátorů  $T_a$ , tzn.  $T_a(f) = f$  pro  $a \in A$ . Potom se říká, že proces  $(T_a; a \in A)$  má optimální řád aproximace  $O(p(a))$  nebo že je saturován v  $X$  s řádem  $O(p(a))$  a množina  $F(X, T_a)$  se nazývá Favardovou nebo saturační třídou.

Auťori potom zkoumají dvě hlavní otázky saturační teorie, tzn. existenci saturační vlastnosti a charakteristiku Favardovy třídy pro případ, kdy prostor  $X$  je vhodným prostorem funkcí definovaných na přímce a aproximační proces je dán singulárním integrálem. Pro ilustraci si například uveďme, že silný aproximační proces definovaný na prostoru  $C_{2\pi}$  spojitých  $2\pi$ -periodických funkcí Fejérovým singulárním integrálem  $\sigma_n$ , kde

$$\sigma_n(f)(x) = (2\pi)^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} f(x-u) F_n(u) du$$

$$F_n(u) = \begin{cases} (n+1)^{-1} \sin^2((n+1)u/2) \sin^{-2}(u/2), & u \neq 2k\pi \\ n+1, & u = 2k\pi \end{cases}$$

(zde  $A$  je množina přirozených čísel a  $a_0 = \infty$ ) je saturován v prostoru  $C_{2\pi}$  s řádem  $O(n^{-1})$ . Příslušná Favardova třída je  $F(C_{2\pi}, \sigma_n) = \{f \in C_{2\pi}; \sup_{x \in \langle -\pi, \pi \rangle} |f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)| = O(h^2) \text{ } (h \rightarrow 0)\}$ .

Souhlasím s názorem autorů, že kniha je vhodná pro všechny, kdo se setkávají s těmito otázkami, ať jako referenční kniha či učebnice pro studenty matematiky a fyziky. Poznamenejme, že 2. díl se má zabývat obdobnými problémy pro funkce více proměnných.

Vladimír Lovicar

R. B. Burckel: WEAKLY ALMOST PERIODIC FUNCTIONS ON SEMIGROUPS. Gordon and Breach, New York—London—Paris 1970. Stran 118.

Pojem slabé (weak) skoroperiodické funkce na grupě reálných čísel vznikl v práci W. F. Eberleina: Abstract ergodic theorems and weak almost periodic functions (Trans. A.M.S. 67 (1949), str. 217—240). Tato kniha je věnována studiu slabých skoroperiodických funkcí na topo-

logických semigrupách. Podotkneme, že autorem používaný název slabě (weakly) skoroperiodické funkce se obvykle používá pro odlišnou třídu funkcí (a sice pro funkci  $f$  s hodnotami v Banachově prostoru  $B$ , pro níž  $(f, x^*)$  je skoroperiodická pro  $x^* \in B^*$ ).

Nechť  $S$  je topologická semigrupa,  $C(S)$  je Banachův prostor ohraničených spojitých (komplexních) funkcí se supremální normou a  $p_t$  značí pro  $t \in S$  operátor (pravého) zdvihu na  $C(S)$ , tzn. pro  $t \in S$  a  $f \in C(S)$  je  $p_t f(s) = f(st)$  ( $s \in S$ ). Funkce  $f \in C(S)$  se nazývá slabou skoroperiodickou funkcí, jestliže množina  $(p_t f; t \in S)$  je relativně kompaktní ve slabé topologii prostoru  $C(S)$  (tzn. v topologii  $\sigma(C(S), C(S)^*)$ ). Množinu všech slabých skoroperiodických funkcí na  $S$  budeme označovat  $W(S)$ .

Autor rozdělil knihu do 5 kapitol. Přesto, že hlavní text knihy má pouze 81 stránek, obsahuje kniha mnoho informací o daném oboru, takže můžeme podat jen velmi hrubé charakteristiky jednotlivých kapitol.

V 1. kapitole je ukázáno, že množina  $W(S)$  slabých skoroperiodických funkcí na topologické semigrupě  $S$  je v jistém smyslu totožná s množinou  $C(\bar{S})$  všech spojitých funkcí na jakési kompaktní topologické semigrupě  $\bar{S}$ . Dále se zde studuje souvislost mezi existencí netriviálního invariantního funkcionálu na  $W(S)$  a jinými vlastnostmi množiny  $W(S)$ . Např. jedna věta říká, že na  $W(S)$  existuje netriviální invariantní lineární funkcionál právě když pro každou funkci  $f \in W(S)$  slabý uzávěr konvexního obalu množiny  $(p_t f; t \in S)$  obsahuje konstantní funkci.

Ve 2. kapitole se studuje souvislost existence invariantního funkcionálu na  $W(S)$  s vlastnostmi jádra  $K(S)$  semigrupy  $S$ . Např. se dokazuje, že na množině  $C(S)$  kompaktní topologické semigrupy  $S$  existuje netriviální oboustranný invariantní lineární funkcionál, právě když  $K(S)$  je kompaktní grupa. Dále je zde dokázána věta o rozkladu prostoru  $W(S)$ . Pro ilustraci této věty si uvedme jeden její důsledek: Jestliže  $f \in W(R)$ , potom  $f$  se dá právě jedním způsobem napsat ve tvaru  $f = f_1 + f_2$ , kde  $f_1$  je skoroperiodická funkce a  $\lim_{T \rightarrow \infty} 1/T \int_0^T |f_2(s)| ds = 0$ .

Ve 3. kapitole se autor zabývá hlavně otázkou, jak se některý vztah mezi semigrupami  $S_1$  a  $S_2$  odrazí ve vztazích prostorů  $W(S_1)$  a  $W(S_2)$  (např. když  $S_1 \subset S_2$ ).

Ve 4. kapitole je ukázáno, že existuje úzká souvislost mezi prostorem  $W(S)$  a topologickými vlastnostmi semigrupy  $S$ . Např. se dokazuje, že v případě lokálně kompaktní grupy  $S$  je  $W(S) = C(S)$ , právě když  $S$  je kompaktní.

5. kapitola je věnována otázce aproximace slabých skoroperiodických funkcí konečnými lineárními kombinacemi semicharakterů semigrupy  $S$ .

Knihy je psána velmi přesně a přehledně a je doplněna dvěma dodatky s potřebnými výsledky z teorie lokálně konvexních prostorů a lokálně kompaktních grup. Pro tyto svoje vlastnosti si jistě zaslouží, aby byla považována za jednu ze základních knih v tomto oboru.

Vladimír Lovicar