

# Aplikace matematiky

---

## Recense

*Aplikace matematiky*, Vol. 14 (1969), No. 4, 337–340,341

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103240>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1969

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENZE

*Richard Rychnovský: ÚVOD DO VYŠŠÍ MATEMATIKY.* Třetí, rozšířené vydání. Státní zemědělské nakladatelství. Praha 1968. Stran 520, obr. 217, cena Kčs 45,—.

Prvních deset částí (str. 15—363) nového vydání této vysokoškolské učebnice bylo přetištěno beze změny z druhého vydání z roku 1964. K novému vydání byla učebnice rozšířena o další čtyři části (str. 364—487). Protože použitá reprodukční technika nedovolila provedení autorem žádaných úprav a doplňků v prvních deseti částech knihy, byly nejdůležitější z nich připojeny na konci knihy ve formě dodatku (str. 488—499).

Recenzovaná kniha byla v prvním vydání v roce 1959 schválena výnosem ministerstva školství a kultury jako učebnice pro vysoké školy zemědělské. Rozšířením obsahu při třetím vydání se chce dosáhnout kompletnějšího výkladu v souladu s učebními osnovami na uvedeném typu škol.

Uvedme názvy jednotlivých částí: 1. O číslech — 2. Analytická geometrie v rovině — 3. Základy analytické geometrie v prostoru — 4. Posloupnosti — 5. Funkce — 6. Užití exponenciální a logaritmické funkce při výkladu principu logaritmického pravítka — 7. Diferenciální počet — 8. Integrální počet — 9. Funkce dvou proměnných — 10. Diferenciální rovnice — 11. Lineární algebra — 12. Vektorový počet a jeho užití v analytické geometrii — 13. Dvojný integrál — 14. Diferenciální rovnice (pokračování).

Všimněme si nyní trochu podrobněji těch částí, které byly nově připojeny.

Jedenáctá část obsahuje poměrně podrobný výklad o vektorech, maticích, determinantech a jejich užití k řešení soustav lineárních rovnic. Pro lepší návaznost na to, co předpokládány čtenář knihy již na střední škole slyšel o vektorech, zabývá se autor zpočátku geometrickými vektory v rovině a v prostoru, ač tématicky by tato látka patřila spíše do části dvanácté, a teprve potom přistupuje k definici aritmetického vektoru ( $n$ -rozměrného). Velmi vhodná je použitá rekurentní definice determinantu, protože při ní odpadají poměrně komplikované výklady o znaménku permutace. V jedenácté části se dochází až k maticovému zápisu soustavy lineárních rovnic a k jejímu řešení pomocí inverzní matice. Výklad je veden přesným a zároveň přehledným a jasným způsobem. Menší úpravu ve formulaci vyžadovala věta 7 na str. 388.

Ve dvanácté části se rozšiřují poznatky o geometrických vektorech v rovině a v prostoru, o nichž byla řeč již na začátku části jedenácté, přičemž se zdůrazňuje analogie mezi oběma případy (skalární součin, vnější součin). Dalším obsahem této části je užití poznatků o vektorech na analytickou geometrii rovinnou a prostorovou. V závěrečném oddílu dvanácté části se zobecňují předcházející poznatky tím, že se zavádí a studuje pojem  $n$ -rozměrného euklidovského prostoru  $E_n$ . Je zde i partie o konvexních polyedrech v  $E_n$ , jež byla zařazena vzhledem k požadavkům lineárního programování. Toto hledisko je ostatně patrné na celém zaměření jedenácté a dvanácté části. Věty a definice jsou formulovány s takovým stupněm přesnosti, jaký je v dnešní matematice obvyklý. Pouze znění definice  $n$ -rozměrného euklidovského prostoru  $E_n$  na str. 433 je poněkud neobvyklé, neboť se zde říká, že „do  $E_n$  patří všechny  $n$ -rozměrné body a všechny  $n$ -rozměrné vektory“ (a také se v dalším skutečně píše  $A \in E_n$  i  $u \in E_n$ ); to je do jisté míry v rozporu i s poznámkou 2 na str. 435. Snad by měl být více zdůrazněn aritmetický charakter podané definice „ $n$ -rozměrného bodu“ a čtenář by měl být upozorněn na to, že  $E_2$  resp.  $E_3$  formálně nesplyvá s tím, čemu se předtím říkalo rovina resp. prostor (srov. např. větu 3 na str. 428).

Třináctá část podává na dvaceti stránkách pouze nezákladnější poučení o dvojném integrálu a o jeho užití v geometrii a v mechanice. Jako integrační obory se zde připouštějí pouze množiny, které jsou uzávěrem vnitřku některé jednoduché uzavřené po částech hladké křivky (v knize se definitoricky nazývají uzavřenými oblastmi, stručně oblastmi; přitom není zřejmé, proč se požaduje po částech hladkost). V této části se vyskytují některé formule, které jsou z hlediska exaktnosti dosti choulostivé; lze je však zdůvodnit autorovou snahou po elementárnosti a názornosti. Jistě nikdo rozumný nebude autorovi vytýkat, že ve věci vnitřku jednoduché uzavřené křivky spoléhá výhradně na názor. Sám pojem jednoduché uzavřené křivky měl být raději zaveden definicí. Na str. 446, ř. 11—5 zdola, je nedopatření, které zasahuje samu definici dvojného integrálu: výčet případů, jak může vypadat průnik uzavřené oblasti a uzavřeného intervalu, nevyčerpává všechny případy, jež ve skutečnosti mohou nastat.

Čtrnáctá část pojednává o diferenciálních rovnicích  $n$ -tého řádu, zejména lineárních, a tak vhodným způsobem doplňuje část desátou. Praktický význam diferenciálních rovnic je pěkně ilustrován jednoduchými aplikacemi z teorie kmitání.

Při hodnocení učebnice musíme mít na paměti, že je určena pro vysoké školy s malým programem matematiky. Proto jsou důkazy mnoha vět vpuštěny a je dána přednost objasnění jejich užití na příkladech. Tyto příklady jsou vesměs voleny tak, že se těsně přimykají k vysloveným větám a dobře je objasňují. Přitom se dbá na moderní pojetí všude tam, kde je to účelné, a na pokud možno přesnou formulaci definic a vět. Na konci každé části jsou připojena cvičení opatřená výsledky a v případě potřeby i návody k řešení, na nichž si čtenář může ověřit, jak látce porozuměl. Nevelký počet tiskových chyb si čtenář snadno sám odstraní. Knihu je možno doporučit jako vhodnou učebnici pro vysoké školy zemědělské.

*Lumír Forejt*

C. Lanczos: NUMBERS WITHOUT END, Oliver and Boyd, Edinburgh 1968, stran 164, obr. 20, cena 7/6.

Na zadní desce knížky se praví, že v letech 1928—29 autor spolupracoval s Einsteinem. Je to dobré doporučení a také knížka dělá příjemný dojem. Je určena široké čtenářské veřejnosti a nepřináší tudíž žádné převratné novinky. Sáhnu po ní jistě však ti vzděláni laikové, kteří se chtějí dozvědět trochu více o moderní matematice.

V první kapitole se popisuje, jak vzniká pojem čísla a jaký je vztah mezi čísly a fyzikálním světem. Druhá kapitola pojednává o různých způsobech zapisování čísel a o historickém vývoji aritmetiky. Je tu výklad o matematice sumerské, babylonské, hebrejské a řecké, o tom, jak se indická soustava dostala do Evropy prostřednictvím Arabů a čtenář pozná i počítání v různých číselných soustavách. Třetí kapitola se zabývá dělitelností. Vysvětluje se pojem prvočísla a čísla složeného, dokazuje se věta o jednoznačnosti rozkladu přirozeného čísla na prvočinitele a pak se přechází k desetinným zlomkům. V další části třetí kapitoly se setkáme se zbytkovými třídami podle daného modulu, s malou větou Fermatovou a též s pojmem grupy. V kapitole čtvrté se dále rozšiřuje pojem čísla a to celkem tradičním způsobem (čísla záporná, zlomky, iracionální a komplexní čísla). Kapitola pátá je závěrečná a čtenáři se v ní blíže seznámí s matematickým pojmem nekonečna. Ukazuje se, že množina racionálních čísel je spočetná a množina reálných čísel nespočetná. Porovnávají se též mohutnosti některých geometrických útvarů a ukazuje se, že ve čtverci je stejně mnoho bodů jako na úsečce.

Ke knížce jsou připojeny též stručné životopisy některých matematiků, o kterých byla řeč v předcházejících pěti kapitolách. Sem se zřejmě vloudilo několik nedopatření. Tak na str. 86 má být rok Viětova úmrtí správně 1603 místo 1605, na str. 149 rok Archimedova narození 287 místo 278 a některé nepřesnosti jsou i na str. 152 v odstavci o životopise Eulerově. Kniha má také stručnou bibliografii s odkazem na několik dalších doporučených publikací a několikastránkový rejstřík umožňuje čtenářům, aby se ve spise dobře orientovali.

*Jiří Sedláček*

*N. E. Kobrinskij a B. A. Trachtěnbrot: ÚVOD DO TEORIE KONEČNÝCH AUTOMATŮ.* Vydalo SNTL-Nakladatelství technické literatury, Praha 1967, z ruského originálu „Введение в теорию конечных автоматов“ (Москва, Госиздат, 1962) přeložil Ing. Jan Blatný, CSc. Cena vázaného výtisku Kčs 30,00.

Teorie konečných automatů, tj. diskrétních automatů s konečnou pamětí je důležitou součástí teoretické i technické kybernetiky a teorie automatizace.

Kniha určená inženýrům v oboru automatizační techniky, zejména techniky číslicových zařízení, pracovníkům v oboru kybernetiky se zabývá základy matematické logiky z hlediska její aplikace v teorii automatů.

Kromě předmluvy, ve které se autoři zmiňují o motivech, vedoucích k napsání knihy a uvádějí obsah, a úvodu, který je v podstatě stručným historickým přehledem různých aspektů probírané teorie, obsahuje kniha sedm kapitol:

V první kapitole jsou krátce uvedeny základní poznatky z matematické logiky, nutné pro další výklad, zejm. základy logické algebry, minimalizace logických výrazů, rozklady logických funkcí a základy predikátové logiky.

Ve druhé kapitole se probírají operátory zpracování diskrétní informace, jako determinované operátory, omezeně determinované operátory (operátory s konečnou váhou), prvky (elementární automaty) a obvody, logické sítě a možnost realizace omezeně determinovaných operátorů včetně analýzy a syntézy automatů.

Třetí kapitola popisuje operátory fyzikálních prvků. Autoři se přitom omezují na bezkontaktní prvky, které mají nejšířší praktické použití v číslicových automatech. Fyzikální stránka věci se přitom objasňuje v míře nezbytně nutné pro pochopení funkce.

Čtvrtá kapitola se zabývá analýzou automatů. Je popsán postup sestavení kanonických rovnic operátoru realizovaného obvodem, diskutují se zde otázky související s odstraněním nadbytečnosti paměti při kódování informace v obvodu a nakonec se zkoumají některé obecné vlastnosti operátorů (např. ty, které souvisejí se zpracováním periodických posloupností.).

Poslední tři kapitoly knihy jsou věnovány syntéze automatů. Pátá kapitola pojednává o způsobech zadávání operátorů. Vykládají se zde otázky tzv. abstraktní syntézy automatů a je probrána možnost využití jazyka predikátové logiky k popisu navrhovaného operátoru.

V šesté kapitole jsou uvedeny příklady syntézy logických sítí s různými, v praxi nepoužívanějšími prvky. Mezi příklady syntézy obvodů je mimo jiné i syntéza obvodu „myš v bludišti“.

V sedmé kapitole jsou popsány především efektivní metody syntézy asymptoticky optimálních logických sítí. Efektivnost metod spočívá v tom, že při nich není potřeba provádět výběr z velkého množství sítí. V této kapitole jsou též probrány některé prakticky důležité operátory, které umožňují podstatně jednodušší realizaci, než je realizace založená na limitní větě, platící pro skoro všechny operátory. Nakonec se v této kapitole probírají možnosti zlepšení syntézy vhodným kódováním informace.

V překladu knihy se překladatel dopustil několika jazykových a terminologických nepřesností: Na straně 20<sub>2</sub> má být místo „asymptotické ohodnocení“ „asymptotický odhad“ (v originále „asymptotičeskaja ocenka“). Strana 176<sub>10,11</sub> — v české terminologii se používá spíše termínů „symetrický“ a „reflexivní“ místo „souměrný“ a „reflexní“ a místo o „rozdělení na systém množin“ se mluví o rozkladu. Na straně 244<sub>13</sub> se používá termínu „dostatečnost“ místo běžného „postačitelnost“. Na straně 266<sub>12</sub> má být místo „uvedl“ — „navrhl“ (v originále „predložil“). Na straně 314<sub>8</sub> by lepší srozumitelností textu prospělo, kdyby se v úseku textu  $f_i(\tau, \sigma, \gamma) \leq 2^s$  neovinnost  $\leq$  nahradila slovním obratem menší nebo rovno (stejná nejasnost je i v ruském originále).

*Jaroslav Morávek*

*Heinz Bauer: WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE UND GRUNDZÜGE DER MASS-THEORIE* (Teorie pravděpodobnosti a základy teorie míry). Walter de Gruyter & Co., Berlin 1968, stran 342.

Rychlý rozvoj teorie pravděpodobnosti v posledních dvaceti letech si vyžádal nové moderní učebnice, které by na různých matematických úrovních shrnuly dosažené výsledky. Závažným kritériem k orientaci v této, dnes již rozsáhlé oblasti matematické literatury, je matematický charakter základů, na nichž je teorie vybudována. Důsledné rozvinutí Kolmogorovy axiomatiky plným využitím aparátu teorie míry a částečně i topologie charakterizuje skupinu knih, do které náleží i kniha recenzovaná. Bauerova kniha patří mezi ty, jejichž obsah i struktura jsou ovlivněny dnes již světoznámou knihou M. Loèva: „*Probability Theory*“. Recenzovaná kniha se formou výkladu, (na rozdíl od Loèovy knihy, která je určena spíše aspirantům) obrací ke studentům teorie pravděpodobnosti na universitách. Důkladný a precizně vedený výklad teorie společně se značnou matematickou kulturou (např. ve značení) patří k velkým kladům této knihy. Také volba vzdálenosti mezi jednotlivými po sobě následujícími úvahami se zdá být přiměřená tomuto typu knihy. Autor ponechává čtenáři, který se s teorií teprve seznamuje, dost prostoru pro samostatnou práci, ale neopouští ho na dobu příliš dlouhou. Je ovšem třeba upozornit, že kniha, na škodu sobě samé, neobsahuje neřešená cvičení. Teorie je však dostatečně ilustrována množstvím příkladů v textu. S výjimkou třetí části je kniha celkem soběstačná a čtenář vystačí se znalostmi klasické matematické analýzy a algebry.

Knihu je rozdělena do čtyř částí: Teorie míry, Teorie pravděpodobnosti, Pokračování teorie míry a Pokračování teorie pravděpodobnosti, a do dvanácti kapitol. Všimněme si podrobněji jejich obsahu.

V kapitole I. a II. jsou zaváděny a studovány základní pojmy teorie míry a integrálu. Postup je celkem standardní, tak jak jej známe již ze zmíněné Loèovy knihy, respektive z knihy „*Measure Theory*“ od P. R. Halmose. Autor věnuje větší pozornost prostorům  $L_p$  a Lebesgueově míře. Výklad vrcholí důkazem Radon-Nikodymovy věty a věty o substituci. Konstrukce míry na kartézském součinu konečně mnoha měřitelných prostorů a samozřejmě i Fubiniho věta tvoří podstatnou část kapitoly III. V této části knihy autor také zavádí pojem konvoluce měř definovaných na  $R_n$ .

Kapitola IV. je vstupem do teorie pravděpodobnosti. Její náplň tvoří formulace úloh, základní definice, množství příkladů konkrétních rozdělení a konečně i věta o vztahu mezi mírami a distribučními funkcemi. Pojem nezávislosti je studován zcela obecně v kapitole V. Nechybí zde například ani nula-jedničkový zákon. Zcela logicky zařazuje autor na toto místo konstrukci součinné míry na nekonečném kartézském součinu pravděpodobnostních prostorů. Při výkladu zákonů velkých čísel v kapitole VI. upustil autor, podle mého názoru zcela správně, od obvyklého „historického“ uspořádání. Čebyševovu nerovnost, tedy i slabý zákon velkých čísel, autor prezentuje jako důsledek Hájek-Renyiho nerovnosti, která zase stojí v základech silného zákona velkých čísel. Poněkud postrádám vyšetřování konvergence řad nezávislých náhodných veličin, které již dnes tvoří uzavřenou část teorie pravděpodobnosti. Matematicky nejnáročnější částí knihy se zdá být kapitola VII. Jen obtížně se s ní může na aktivní úrovni vyrovnat čtenář bez znalostí základů topologie. Zdá se mi také, že její rozsah je neúměrný potřebám teorie pravděpodobnosti, tak jak je v této knize prezentována. Proto také studium této kapitoly není bezpodmínečně nutné pro porozumění zbytku knihy. Obsahuje matematicky atraktivní výklad teorie míry na topologických prostorech, zvláště pak na lokálně kompaktních prostorech. Škoda, že autor nevěnuje větší pozornost dnes velice aktuální slabé konvergenci pravděpodobnostních měř.

Kapitola VIII. je věnována charakteristickým funkcím. K jejím kladům patří důslednost, s níž jsou všechny úvahy prováděny ve vícerozměrném případě.

Klasické kritérium normální konvergence a řešení centrálního limitního problému v případech ohraničených rozptylů jsou náplní kapitoly IX. Metodicky velmi obtížným místem při psaní

učebnice tohoto typu se zdají být podmíněně pravděpodobnosti v abstraktní formě. Výklad jejich teorie není obtížný, ale je obtížné ukázat souvislost s klasickým přístupem tak, aby čtenář pochopil podmiňování jako jeden z nejdůležitějších principů pravděpodobnosti a matematické statistiky. Toto se autorovi v kapitole X. částečně podařilo. Výklad teorie martingalů tvoří náplň kapitoly XI. Závěrečná kapitola XII. může sloužit jako úvod do teorie stochastických procesů. Velmi obecně je formulována v teorii procesů významná Daniell-Kolmogorovova věta.

Popis obsahu snad naznačil, že tato kniha je výbornou učebnicí moderní teorie pravděpodobnosti, a to jak po obsahové, tak i formální stránce.

*Josef Štěpán*

*Peter Dembowski*: FINITE GEOMETRIES, Springer—Verlag Berlin—Heidelberg—New York 1968 (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. Band 44); X + 375 stran.

Kompendium, obsahující podrobné definice pojmů a formulaci vět (bez důkazů) nové matematické disciplíny, která náleží do konečné matematiky a v níž se prolínají kombinatorické, geometrické a algebraické metody. Po úvodu o incidenčních strukturách, incidenčních maticích a konečných vektorových prostorech následuje výklad o „balanced incomplete block designs“ a pak již speciální partie o konečných projektivních rovinách (studium jejich kolineací, konstrukce speciálních typů konečných projektivních rovin především algebraickými prostředky, inverzivní roviny, Hjelmslevovy roviny, a semi-roviny). Dílo je nesmírně bohaté; obsahuje tolik rozmanitého materiálu a výsledků, že není dobře možné podat nějakou stručnější charakteristiku.

Kombinatorické části zpracované teorie sahají daleko do historie, až k problémům Eulera (1782), Kirkmana (1847) a Steinerova (1853) o možnostech seřazení konečného počtu objektů do podmnožin o specifických vlastnostech.

Geometricky vychází se pochopitelně z Hilbertových „Grundlagen der Geometrie“ (1899) (a dokonce ještě z dřívějších výsledků von Staudtových z r. 1856) a pak z dílčích výsledků Dicksonových (1905) a Hallových (1943) o nedesarguesovských projektivních rovinách. Na druhé straně podstatně ovlivnily teorii konečných rovin výsledky Baerovy o tzv. (bod, přímka) — transitivitách, výsledky Leviho (obojí z r. 1942) a dalších autorů. Další vývoj měl již rychlý spád a disciplína se zdárně rozvíjí do šířky i hloubky i v současnosti.

Odkazy na literaturu obsahují na 1200 titulů, a i když do ní náleží i práce z příbuzných disciplín (přísné ohraničení teorie konečných rovin od mezních disciplín je, jak tomu bývá i jinde, mnohdy obtížné), svědčí to o rozkvětu a popularitě této nové matematické oblasti. Kniha je pochopitelně určena především specialistům.

*Václav Havel*