

# Aplikace matematiky

---

## Recense

*Aplikace matematiky*, Vol. 13 (1968), No. 5, 421–428

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103189>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1968

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENZE

*J. R. Gray: PROBABILITY. Oliver & Boyd, London 1967. Stran 267, cena 17 s 6 d.*

Kniha vznikla jako učební text na St Andrews University a je elementárním úvodem do počtu pravděpodobnosti. Její studium předpokládá pouze znalosti základů diferenciálního a integrálního počtu.

Kniha je rozdělena do 8 kapitol. Každá kapitola je doplněna četnými řešenými i neřešenými příklady; neřešených cvičení je celkem 146.

V první kapitole je zavedena pravděpodobnost náhodného jevu jednak z hlediska stability relativních četností, jednak z klasického hlediska. Přístup je v podstatě axiomatický, ovšem místy se uchyluje ke spíše intuitivním představám. Pravidlo pro stanovení pravděpodobností sjednocení dvou obecných jevů je označeno jako axiom, třebaže je odvozeno z axiomu pro sčítání pravděpodobností disjunktních jevů. Kapitola dochází až k podmíněným pravděpodobnostem, Bayesově formulí a formulí pro realizaci právě  $t$  z daných  $n$  jevů (tzv. Waringova věta).

Kapitola II se zabývá diskrétními náhodnými veličinami a hlavně vlastnostmi a různými způsoby využití vytvořujících funkcí pravděpodobností. Dotýká se i takových pojmů, jako jsou složená rozložení a větvcí se procesy.

Kapitola III je věnována spojitým náhodným veličinám. Kromě jiného je v ní dokázána Čebyševova nerovnost a Bernoulliho věta. Snad by bylo vhodné zmínit se v knize o tom, že existují i jiné náhodné veličiny než diskrétní a spojitě; čtenář je veden k domněnce, že každá náhodná veličina spadá do jedné z těchto dvou kategorií.

V kapitole IV se uvažují problémy spojené s rozdělením částic do oddělení podle různých kritérií (Maxwell-Boltzmannovo, Bose-Einsteinovo) a jejich využití ve statistické mechanice. Dále jsou zde vypočteny různé pravděpodobnosti týkající se délky iterací úspěchů v Bernoulliho řadě pokusů a pravděpodobnost shodných výsledků ve dvou nezávislých řadách pokusů.

Kapitola V stručně pojednává o řešení lineárních diferenčních rovnic s konstantními koeficienty a uvažuje typ úloh, které vedou k diferenčním rovnicím (např. problém ruinování hráče).

Kapitola VI se zabývá rekurentními jevy a jejich klasifikací, pravděpodobností realizace rekurentního jevu a jejím limitním chováním. Výsledky týkající se rekurentních jevů jsou pak rozšířeny na procesy obnovy.

Kapitola VII je věnována základům teorie Markovových řetězců a kapitole VIII Markovovým procesům s diskrétními stavy a základům teorie front.

Kniha je psána s pedagogickým citem a svědčí o velké zkušenosti autora. Lze ji pokládat za zdařilý úvod do počtu pravděpodobnosti, zvláště druhou část. Obsahuje řadu vyřešených speciálních úloh a příkladů a ocenění zaslouží zvláště to, že řešení těchto úloh je provedeno pečlivě do všech detailů, bez skoků v úvahách, a čtenář se tedy může seznámit se všemi úskalími a obraty, které se při řešení podobných úloh vyskytují. Pro tato řešení ocení knihu i čtenář, který již zná základy počtu pravděpodobnosti. Hlavně ji však doporučuji všem, kteří se chtějí s teorií pravděpodobnosti seznámit.

*Jana Jurečková*

*John Horváth: TOPOLOGICAL VECTOR SPACES AND DISTRIBUTIONS, Volume I.* Addison-Wesley Publishing Company 1966. Stran 12 + 449.

Kniha jest prvním dílem připravované dvoudílné učebnice teorie distribucí. První díl je úvodní a obsahuje systematický výklad základních pojmů a výsledků, plánovaný druhý díl má být věnován podrobnému studiu speciálních prostorů distribucí. Předložená kniha je rozdělena do čtyř kapitol, jejichž obsah naznačíme. První, nazvaná Banach Space, představuje sama o sobě velmi pěkný úvod (asi na šedesáti stranách) do teorie normovaných prostorů. Teprve když čtenář získal přehled o problematice, výsledcích i metodách teorie normovaných prostorů, seznamuje se v další kapitole s pojmem, lokálně konvexního topologického lineárního prostoru. Tato kapitola, jak asi jinak není možno, obsahuje poměrně málo výsledků a soustřeďuje se především na seznámení čtenáře s řadou pojmů, které budou v dalším potřebné. Cenné jsou zde zejména detailně provedené diskuse různých norem a pseudonorem na prostorech nekonečně derivovatelných funkcí potřebných v teorii distribucí. Kapitola třetí o dualitě, obsahuje podle mínění recenzenta těžiště celého prvního dílu. Velmi správně je zdůrazněna základní role metod teorie duality v teorii konvexních prostorů. Zde se studují vlastnosti adjungovaných zobrazení, některé speciální třídy prostorů jako prostory bornologické, Montelovy, Schwartzovy reflexivita a věty o otevřeném zobrazení a uzavřeném grafu. Poslední kapitola, asi sedmdesát stran, je nazvána Distributions. Čtenář se v ní seznámí se základními pojmy teorie distribucí bilineárními formami, tensorovými součiny, konvolucemi a Fourierovou transformací.

Kniha je psána velmi srozumitelným a jasným slohem. K důkladnému pochopení látky významně přispějí cvičení, následující za každým paragrafem. Většinou nejsou příliš náročná, takže čtenáře neodradí svou obtížností a obsahují přitom řadu cenných příkladů i doplňků k hlavnímu textu. Kniha je pěkně vtištěna a přehledně typograficky upravena a je možno ji vřele doporučit všem, kteří se zajímají o moderní metody funkcionální analyzy v teorii diferenciálních rovnic a v analýze vůbec.

*Vlastimil Pták*

*G. Hellwig: DIFFERENTIAL OPERATORS OF MATHEMATICAL PHYSICS.* Addison-Wesley Publishing Company 1967. Stran 7 + 296, cena 100 s.

Kniha je v podstatě překladem autorovy knihy stejného názvu vyšlé v roce 1964 u Springerera. Pro anglické vydání autor připojil další příklady a provedl některé menší úpravy. Kniha je míněna jako úvod do aplikace metod Hilbertových prostorů v teorii diferenciálních operátorů a k jejímu studiu vystačí dobré znalosti diferenciálního a integrálního počtu a základní vědomosti o obyčejných diferenciálních rovnicích. V našich poměrech by ji mohli s prospěchem studovat již posluchači ve třetím roce studia. Kniha je rozdělena do pěti částí, z nichž první je úvodní a obsahuje základní poznatky o Hilbertově prostoru. Vlastní výklad začíná v části druhé, nazvané Lineární operátory. Zde se již projevuje způsob výkladu, charakteristický pro celou knihu. Čtenář se krátce seznámí s definicí jistého pojmu a výklad dále nepokročí, dokud čtenář neměl možnost na několika cenných příkladech se s novým pojmem důkladně obeznámit. Tak například kapitola čtvrtá, nazvaná Eigenvalues and Inverse Operators, začíná na straně 37. Obecné pojmy jsou popsány na dvou stránkách a až do konce kapitoly, na straně 58, se studuje Sturm-Liouvilleův operátor. Další kapitola na téže příkladu vysvětluje pojem symetrie operátoru a pojem ohraničenosti zdola. Následující kapitola, skoro třicetistránková, nazvaná The Schrödinger Operators, podává základní poučení o základech kvantové mechaniky a Schrödingerových operátorech. Bude asi cenná pro pracovníky fyziky, kteří knihu studují jako základ k matematickým metodám kvantové mechaniky. Matematiky asi zaujmou důvtipné metody, kterých je nutno užít k důkazu symetrie a ohraničenosti zdola některých konkrétních operátorů Schrödingerova

typu. Třetí část knihy, spektrální teorie kompaktních operátorů, obsahuje celkem tradiční výklad teoretické části a řadu zajímavých příkladů, většinou jde o okrajové úlohy a Greenovy funkce. Následuje rozsáhlá část o spektrální teorii samoadjungovaných operátorů. Tato část spolu s poslední o Stone-Weylově problému vlastních hodnot tvoří v podstatě polovinu obsahu knihy a obě se soustřeďují především na problémy důležité v kvantové mechanice. Učebnice a monografií o teorii lineárních operátorů v Hilbertově prostoru je dnes již řada; recensent se domnívá, že právě ve zmíněných dvou částech recenzované knihy se autorova individualita projevuje nejsilněji jak volbou materiálu a osobitostí přístupu, tak i v tom, že větu o spektrálním rozkladu samoadjungovaného operátoru vůbec nedokazuje. Samozřejmě je věta pečlivě vyslovena a význam všech pojmů náležitě objasněn. Spousta konkrétního materiálu z knihy činí cennou učebnici pro studující, kteří se chtějí věnovat matematické fyzice, ale bude velmi užitečná matematikům-specialistům, zejména těm, kteří pro nemírnou zálibu v abstraktních teoriích často zapominají na studium konkrétních operátorů. Kniha je vzorně upravena a přes obtížnost sazby pěkně výtiskována a neměla by chybět v žádné matematické knihovně.

*Vlastimil Pták*

*P. A. P. Moran: TEORIE ZÁSOBNÍCH PROSTORŮ. Vydavatelstvo SAV Bratislava 1967 (Z anglického originálu The Theory of Storage, Methuen and Co Ltd London, Wiley and Sons Inc, New York, přeložil Ing. Vít Klemeš, CSc.).*

Vodní hospodářství je technickým oborem, který studuje problematiku pohybu vody v přírodě a zabývá se realizací technických zásahů, které umožňují využití přirozeného koloběhu ve prospěch člověka. Složitost a různorodost otázek pochopitelně nutila a dosud nutí k empirii doplňované teoretickými rozbory. Pokrok teoretické i aplikované matematiky je příčinou toho, že podíl teorie neustále vzrůstá a výsledek se projevuje ve větší obecnosti a důkladnosti poznání, které je nutné pro fundovanější rozhodování v technické i ekonomické sféře.

Základním prvkem, s nímž se ve vodním hospodářství setkáváme, je regulace odtoku, kterou uskutečňujeme několika způsoby. Jedním z nich je akumulace vody v nádržích za účelem jejího hospodářského a energetického využití v časově výhodných obdobích. V podstatě tedy jde o vytvoření zásobních prostorů, které umožní fázový posun, amplitudový útlum a vyrovnání přítoku do nádrží. Tento základní faktor považujeme za nahodilou veličinu, která však má ergodický charakter. Je tudíž možné uplatnění studia činnosti zásobních prostorů (nádrží) pomocí metod matematické statistiky.

P. A. P. Moran ve své knize rozvádí pravděpodobnostní teorii přehradních nádrží, která vychází z teorie náhodných procesů (Bartlett, Doob) a z teorie zásob, která se používá v obecnějších ekonomických úvahách (Abrams, Hammersley, King, Segerdahl a další).

K problematice můžeme přistoupit dvěma způsoby. První z nich spočívá v předpokladu, že přítok do nádrže je náhodný, kdežto odtok je záměrně řízen podle zadaného programu. Celý proces lze chápat jako posloupnost dílčích odběrů, které se dějí v diskretně definovaném čase (postup připomínající teorii front), nebo také tak, že sledujeme situaci v nádrži do níž nahodile přitéká množství zmenšené o stanovený ale spojitě chápaný odtok (postup připomínající teorii hromadění zásob).

Druhý alternativní přístup spočívá v analýze vlivu nahodilého přítoku a studiu různých možností konstrukce harmonogramu. Snažíme se o zjištění takové receptury řízení odtoku, která by vyhověla daným požadavkům. Tohoto způsobu jsme dosud převážně používali, hlavně proto, že umožňuje zvážení různorodých požadavků technické praxe, které podstatně ovlivňují výsledek. P. A. P. Moran metodiku shrnuje ve stati o metodě Monte Carlo a jiných statistických metodách. Zamýšlí se nejen nad teorií takto chápaného postupu, ale zvažuje také okolnosti vzniku chyb a analyzuje způsoby odhadu jejich velikosti.

Posuzovaná kniha shrnuje základní poznatky teorie přehradních nádrží a je velmi dobrým výchozím podkladem pro další vývoj metod řešení této závažné problematiky. Je napsána přehledně, se smyslem pro detail a diskusi. Domnívám se, že čtenář ocení živost výkladu, na níž má nespornou zásluhu zasvěcený překlad V. Klemeše.

V. Hálek

*Pál Révész: THE LAWS OF LARGE NUMBERS. Akadémiai Kiadó, Budapest 1967. Stran 176, cena neuvedena. Německý překlad: DIE GESETZE DER GROSSEN ZAHLEN. Akadémiai Kiadó, Budapest 1968.*

V knize jsou po prvé ve světové literatuře soustředěny do jedné publikace různé typy zákonů velkých čísel (slabý, silný, podle kvadratického středu) a příbuzné věty pro řadu různých typů náhodných procesů. Všimněme si nejprve zhruba obsahu knihy.

V kap. 0 jsou shrnuty některé potřebné obecnější matematické pojmy a věty, zatímco v kap. 1 jsou definovány zmíněné tři typy zákonů velkých čísel a ujasněny některé základní vztahy. Jak lze samozřejmě očekávat, kap. 2 věnovaná nezávislým náhodným veličinám je nejdelší kapitolou knihy; začíná některými známými nerovnostmi a kromě všech tří typů zákonů velkých čísel obsahuje též výsledky o rychlosti konvergence, o zákonu iterovaného logaritmu a o konvergenci vážených průměrů. V další kap. 3 se studují ortogonální náhodné veličiny a příbuzné multiplikační systémy veličin. Kap. 4 je věnována stacionárním posloupnostem (v silném i slabém smyslu), kap. 5 pak podposloupnostem stacionárních a ortogonálních posloupností. Kap. 6 se zabývá symetricky závislými náhodnými veličinami a jejich zobecněními. Kap. 7 pojednává o zákonech velkých čísel a o zákonu iterovaného logaritmu pro Markovovy řetězce (homogenní i nehomogenní), další kap. 8 o slabě závislých veličinách, centrovaných veličinách a \*-směšujících posloupnostech. V kap. 9 je uvedeno několik výsledků o nezávislých náhodných veličinách v Hilbertových a Banachových prostorech. Stručná kap. 10 se zmiňuje o součtech náhodného počtu nezávislých náhodných veličin. V poslední kap. 11 jsou uvedeny některé aplikace v teorii čísel, ve statistice a v teorii informace.

Připojme nyní několik kritických poznámek. Na str. 21 citovaná Doeblinova podmínka, i když příjemně jednoduchá, pokrývá pouze příliš speciální případ Markovových řetězců a je dnes již poněkud zastaralá, jelikož pochází z r. 1937. O příbuzné problematice byla totiž v posledních 10—12 letech publikována řada nových významných výsledků. Vzhledem k nim bylo patrně vhodnější zavést v knize obecnější  $\sigma$ -konečné stacionární (invariantní) míry, ocitovat především fundamentální výsledek Harrisův z r. 1956 o existenci  $\sigma$ -konečné invariantní míry pro rekurentní Markovovy řetězce a snad se též zmínit (aspoň v odkazech na literaturu) o některých z dalších výsledků Nelsona, Feldmana, Isaaca, Moyové, Sevastjanova, Nagajeva. V tomto duchu by bylo též zapotřebí větu 7.1.1 na str. 130 nahradit obecnější větou S. T. C. Moyové [viz TAMS 117 (1965), 68—91] vyžadující existenci pouze  $\sigma$ -konečné invariantní míry. Na str. 75, 80 a 169 trojice autorů J. Benton, S. Orey, W. Pruitt má být správně B. Jamison, S. Orey, W. Pruitt (u prvního autora bylo zaměněno křestní jméno a příjmení). Rosenblatt-Rothova věta 7.2.4 na str. 134 je prý chybná, jak uvádí M. Iosifescu ve svém referátu v Zentralblatt für Mathematik 127 (1967), Heft 2, str. 354. Nakonec ještě jedna obecná (avšak subjektivní) poznámka k recenzované knize: Autor v úvodu říká, že přiležitostně vynechává důkazy některých vět, vyžadují-li velmi speciálních metod. Recenzentův dojem však je, že autor tuto zásadu trochu přehnal a vypustil důkazy snad *příliš mnoha* vět, což knize poněkud uškodilo.

Nicméně autor vykonal kus záslužné práce tím, že do jedné knihy shrnul řadu důležitých výsledků, z nichž mnohé byly doposud jen roztroušeny v časopisecké literatuře. Lze očekávat, že kniha se patrně stane užitečnou referenční příručkou.

Zbyněk Šidák

*Alois Urban: DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE II. Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1967. Vyd. 1., náklad 15 200 výt., str. 268, obr. 262, cena Kčs 20,— váz.*

V druhém dílu celostátní učebnice deskriptivní geometrie pro strojní fakulty je metodika výkladu obdobná jako v prvním dílu<sup>1)</sup>, je zde však podstatně častěji použito početního aparátu. Tento způsob je při dnešních možnostech poměrně malé hodinové dotace jedině možný, takže autorova učebnice je jakýmsi kompromisem mezi původní deskriptivní geometrií a tím, co nazýváme dnes konstruktivní geometrií. Za dost závažné přitom považuji to, že podle dosavadních osnov z matematiky se naši studenti seznamují s mnoha uvedenými a dále v knize používanými fakty (definice, věty a početní aparát analytické geometrie v prostoru) mnohem později. Přes tuto poznámku však zdůrazňuji, že tato učebnice je velmi dobře sepsaná, postup výkladu promyšlen tak, že bude nepostradatelná pro studium deskriptivní geometrie nejen na strojních ale i na jiných fakultách vysokých technických škol.

Jen stručně k obsahu učebnice:<sup>2)</sup>

V kap. 15 je provedena obvyklá klasifikace křivek, uvedeny některé jejich vlastnosti a konstrukce. Z prostorových křivek je probrána podrobněji nejdůležitější křivka strojní (ale též stavební) praxe — šroubovice. Obdobný postup je zachován v kap. 16 pro rozdělení, vlastností a konstrukce na plochách. Výsledky jsou využity v dalších kapitolách (17—20), kdy nejdříve jsou uvedeny rozvinutelné plochy (s podmínkami, za kterých je přímková plocha rozvinutelná) a z nich pak rozvinutelná plocha šroubová jako plocha tečen šroubovice. Po nich následují rotační plochy (obecné, druhého stupně a anuloid) a zvlášť důležitá část o jejich průnicích. Z obecných ploch druhého stupně je podle zaměření učebnice probrán zborcený hyperboloid a téměř poznámkou, snad jen k vůli úplnosti, hyperbolický paraboloid. Mnohem více místa je pak samozřejmě dáno šroubovým plochám a z nich opět přímkovým i když není zapomenuto ani na význačné cyklické šroubové plochy.

Za velmi užitečné a poučné pokládám úvod kapitoly 21 o přímkové geometrii. Snad mohlo na tomto místě být více řečeno o zborcených plochách a to nejen v běžném textu učebnice ale také v připojených řešených příkladech.

V kap. 22 jsou stručně uvedeny základy projektivní geometrie v rovině. Výklad je veden tak, aby bylo možno sestrojovat kuželosečky, které jsou nakonec určeny pěti body, příp. pěti tečnami, tj. aby bylo možno použít Pascalovy nebo Brianchonovy věty, vztahů o involuci a polárních vlastností kuželoseček.

V poslední 23. kapitole se pojednává o základech kinematické geometrie v rovině. Tato část je tedy zaměřena na konstrukce křivek vznikajících při různých pohybech v rovině jako bodové trajektorie nebo obálky pohybující se křivky. K tomu se přidružují konstrukce středu křivosti trajektorií a obálek, dále de la Hireovy kružnice se svými vlastnostmi a z nich plynoucími konstrukcemi.

Také v tomto díle na konci každé kapitoly jsou zařazeny řešené úlohy a je připojeno celkem 165 úloh k samostatnému procvičování. Většina z nich je zadána v souřadnicích, což usnadňuje čtenáři studium, neboť ne dost zkušený studující provede obvykle nevhodně volbu určujících prvků a nedokončí pak řešení. Také obrázky jsou opět pečlivě vypracovány, takže jejich porovnávání se studovaným textem je snadné a srozumitelné.

Stejně jako první díl této knihy je možno (po případném doplnění částmi, které jako učebnice pro strojní fakulty neobsahuje) používat ji úspěšně i na ostatních technických školách.

*Karel Drábek*

<sup>1)</sup> Recenze prvního dílu je v Aplikacích matematiky 11 (1966), str. 331—332.

<sup>2)</sup> Číslování kapitol pokračuje z prvního dílu.

*B. Zeines: INTRODUCTION TO NETWORK ANALYSIS.* Vydalo nakladatelství Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1967. Stran 306, obr. 349, cena neuvedena.

Recenzovaná kniha je základní učebnicí teorie lineárních elektrických obvodů. Obsah knihy, jenž v zásadě nepřekračuje rámec jiných knih pojednávajících o této disciplíně, je rozdělen do deseti kapitol. Jsou v nich probrány některé základní metody a poučky používané k analýze elektrických obvodů. Podrobněji jsou uvedeny základní vlastnosti Laplaceovy transformace a její užití k analýze přechodných jevů, jsou zde též sledovány rezonanční stavy v elektrických obvodech a posléze vlastnosti a způsoby navrhování elektrických filtrů. Kniha je zakončena řešením jednodušších elektronických obvodů. V dodatku knihy jsou zařazeny matematické tabulky některých běžných transcendentních funkcí. Obsah publikace byl koncipován především se zřetelem na aplikace ve sdělovací elektrotechnice a elektronice.

Kniha je věnována nejen otázkám analýzy elektrických obvodů (jak je uvedeno v názvu), ale pojednává též o základních otázkách syntézy elektrických filtrů.

Autor zřejmě kladl silný důraz na dobrou přehlednost a srozumitelnost své knihy: jednotlivé problémy vykládá stručně, mnohdy dosti zjednodušeně (nezřídka na speciálním příkladu), přičemž používá nenáročný matematický aparát. Své výklady ilustruje podrobně vyřešenými číselnými příklady, doplněnými komentářem. Každá kapitola je zakončena souhrnem a sbírkou (nevyřešených) příkladů k procvičení. Z metodického hlediska je kniha uspořádána vzorně. Recenzovanou knihu vcelku považuji za pěknou základní moderní učebnici teorie elektrických obvodů.

*Daniel Mayer*

*R. Hartshorne: FOUNDATIONS OF PROJECTIVE GEOMETRY.* Lecture notes, Harvard University. W. A. Benjamin, Inc., New York 1967. Stran 167. Cena \$ 8.50 (vázaná), \$ 2.95 (brož.).

Recenzovaná kniha vznikla na základě semestrálního kursu přednášek o základech projektivní geometrie na Harvardu v r. 1966/67. Již úvodem bych chtěl velmi silně zdůraznit, že právě takovouto knihu bychom u nás potřebovali. Na našich univerzitách a pedagogických fakultách učíme posluchače učitelských zaměření (speciálně kombinace M—Dg) velmi mnoho věcí ze syntetické projektivní geometrie, není mi však naprosto jasné, rozumějí-li po absolvování všech těchto kursů dosti jasné základům a podstatě této geometrie. Podle mého názoru znají dobře syntetickou definici projektivní roviny na základě některého axiomatického systému, dále definici analytickou pomocí trojic reálných čísel; nyní je jim jasné, že tyto dvě definice splývají. Ale splývají skutečně? Jaký význam má platnost např. Desarguesovy věty? Myslím, že bychom měli posluchače vésti hlouběji k podstatě věci a že by nám v tom mohla právě tato kniha velmi pomoci. Uvedme obsah.

Kap. 1. Úvod: Afinní a projektivní roviny. Projektivní rovina se definuje velmi jednoduchým způsobem. Je to množina (bodů) se systémem význačných podmnožin (přímek), které splňují tyto axiomy: (P 1) dva body leží na jediné přímce, (P 2) dvě přímky se protínají aspoň v jednom bodě, (P 3) existují tři nekolineární body, (P 4) každá přímka obsahuje aspoň tři body. Obdobně se definuje afinní rovina a trojrozměrný projektivní prostor.

Kap. 2. Desarguesova věta. Ukazuje se, že tato věta platí v každé rovině projektivního prostoru, je sestrogen příklad nedesarguesovské roviny.

Kap. 3. O grupách a automorfismech. Zde se definují grupy, podgrupy, faktorgrupy; jako příklad se probírají automorfismy projektivní roviny sedmi bodů. Dále se proberou matice a determinanty, tělesa a jejich automorfismy. Hlavní věta této kapitoly je následující. Nechť  $\pi$  je projektivní rovina nad reálnými čísly, Aut  $\pi$  její automorfismy (definované synteticky, tedy přímka

přejde v přímku) a  $\text{PGL}(\pi)$  ty automorfismy, které jsou vyjadřitelné běžným způsobem pomocí matic (tedy  $x'_i = \sum a_{ij}x_j$ ). Potom  $\text{PGL}(\pi) = \text{Aut } \pi$ .

Kap. 4. Elementární syntetická projektivní geometrie. Nejprve se definuje duální rovina  $\pi^*$  a ukazuje se, že i ona splňuje P1–P4. Jestliže  $\pi$  splňuje P5 (= Desarguesův axiom), pak i  $\pi^*$  splňuje P5. Nyní se zavádějí axiomy P6 (Pappův) a P7 (Fanův: diagonální body úplného čtyřrohu nejsou nikdy kolinéární). Máme-li P6 resp. P7 v  $\pi$ , máme je i v  $\pi^*$ . Další partií je velmi podrobná analýza harmonických bodů. Jestliže předpokládáme P7, existuje čtvrtý harmonický bod; za předpokladu P5 je pak jediný. Tím se přejde ke studiu perspektivit a projektivit.

Kap. 5. Pappův axiom a fundamentální věta pro projektivitu na přímce. Ukáže se ekvivalence uvedeného axiomu a věty. Závěrem se nalezne, že P6 implikuje P5.

Kap. 6. Projektivní roviny nad tělesy (v orig. division ring, tedy těleso, kde násobení nemusí být komutativní). Dokazuje se, že taková rovina vždy splňuje P5. Další výsledek se týká grupy  $\text{Aut } \pi$  (viz kap. 3) roviny nad tělesem  $F$ : grupy  $\text{PGL}(\pi)$  a  $H = \text{Aut } F$  generují  $\text{Aut } \pi$  a jejich průnik je grupa vnitřních automorfismů tělesa  $F$  (v příslušné identifikaci). Kapitola končí zjištěním nezávislosti axiomů P1–P7: jediná relace je  $\text{P6} \rightarrow \text{P5}$ . Je rovněž ukázáno, že P6 je ekvivalentní s komutativitou tělesa a P7 s tím, že charakteristika  $F$  je  $\neq 2$ .

Kap. 7. Zavedení souřadnic do projektivní roviny. Celá kapitola je věnována důkazu této věty: Necht v projektivní rovině  $\pi$  je splněno P1–P5. Pak existuje těleso  $F$  takové, že  $\pi$  je rovinou nad  $F$ .

Kap. 8. Projektivní kolineace. Zde se podrobně studují kolineace přímky na sebe. Jsou ovšem možné různé definice: (1) přímka se uvažuje vnořena do roviny, (2) užívá se analytické definice pomocí souřadnic, (3) kolineace zachovávají dvojpoměr, atd. Dále se dokazuje základní věta o kolineacích pro roviny, v nichž platí P5 a P6. Konečně je ukázána závěrečná věta kap. 3 pro roviny nad libovolnými tělesy.

Kniha je doprovázena 47 příklady (některé s návody k řešení) a seznamem 11 knih.

Tuto knihu velmi vřele doporučuji (částečně ironicky: stejně ji asi neseženete). Měli bychom ji však mít k dispozici a podle mého mínění by měla pomoci k zmodernisování a osvěžení desetiletí zaběhaných přednášek o projektivní geometrii.

Alois Švec

*P. Ver Eecke: GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. Fascicule I: Calcul des jets. Publ. da Soc. de Mat. de Sao Paulo, 1967 (cykl.). Stran 99. Cena neudána.*

Zdá se, že budeme muset soustavně sledovat publikace této společnosti; v r. 1967 zde byly rovněž vydány velmi dobré Kiuranishiho lekce o involutivních systémech parciálních diferenciálních rovnic. Ver Eecke pracuje na universitě v Remeši (Reims, Francie), uvedený spis sepsal během svého pobytu na universitě v Sao Paulo.

C. Ehresmann vypracoval velkou teorii diferencovatelných variet a jejich prodloužení. Tato teorie je založena na základním pojmu tzv. jetu zobrazení jedné variety do druhé, což je fakticky část Taylorova rozvoje tohoto zobrazení. Ehresmannovo podání je však velmi stručné, Ver Eeckova práce je detailně rozvádí. První kapitola je úvodem do teorie Banachových variet, podvariet a fibrovaných prostorů. Druhá kapitola pojednává o holonomních, třetí o neholonomních a semiholonomních jetech.

Celá práce je pochopitelně určena specialistům. Proto neuvádím podrobněji obsah, který specialistům je zhruba jasný a nespécialistům téměř nic neříká, upozorňuji nicméně na to, že jazyk jetů stále více proniká do celé diferenciální geometrie a parciálních diferenciálních rovnic, tedy do všech „diferencovatelných záležitostí vyššího řádu“. Ver Eeckova kniha je rozpracováním základů tohoto jazyka.

Alois Švec



R. S. Guter, L. D. Kudryavtsef, B. M. Levitan: ELEMENTS OF THEORY OF FUNCTIONS. Pergamon Press, Oxford—London—Edinburgh—New York—Paris—Braunschweig 1966, stran XI + 219.

Kniha vyšla jako 90. svazek řady International Series of Monographs on Pure and Applied Mathematics. Je překladem z ruštiny (překladatel H. F. Cleaves) knihu Элементы теории функций (Справочная математическая библиотека, Гос. Изд. Физ.-Мат. Лит., Moskva 1963).

Podává přehled základních poznatků z teorie funkcí reálné proměnné (až na výjimky jde všude o funkce jediné proměnné), přičemž pozornost je věnována především aproximaci a interpolaci funkcí a teorii funkcí skoroperiodických. Věty jsou uváděny bez důkazů, autoři odkazují čtenáře na citovanou literaturu.

Knihu tvoří tři kapitoly. V Kapitole I. („Funkce reálné proměnné“, autor R. S. Guter) jsou probrány základní pojmy a vztahy teorie množin, pojem limity a derivace funkce, Lebesgueův integrál a je podán stručný výklad metrické teorie funkcí reálné proměnné.

Na tuto přípravnou kapitolu pak navazují Kapitola II. („Interpolace a aproximace funkcí“, autor L. D. Kudryavtsef) a Kapitola III. („Skoroperiodické funkce“, autor B. M. Levitan). Kapitola II. seznamuje čtenáře s interpolačními polynomy, problémy konvergence interpolačních polynomů, s problémem nejlepší aproximace funkce. V Kapitole III. autor uvádí Bohrovu a Bochnerovu definici skoroperiodické funkce, vzájemný vztah mezi oběma definicemi a zabývá se pak základními vlastnostmi skoroperiodických funkcí, jejich aproximovatelností Fourierovými řadami a pojednává stručně o lineárních diferenciálních rovnicích se skoroperiodickými koeficienty. Kapitola obsahuje také různá zobecnění pojmu skoroperiodické funkce a poslední paragraf se týká skoroperiodických funkcí analytických.

Knižku může číst s úspěchem každý, kdo prošel základním kursem matematické analýzy a lze ji doporučit jak matematikům, tak i pracovníkům v různých oborech, které se neobejdou bez matematiky. (Čtení poněkud ztěžují četné tiskové chyby, vedoucí místy až k nesrozumitelnosti.)

*Jana Havlová*

*Helmut Hotes: DIGITALRECHNER IN TECHNISCHEN PROZESSEN. Walter de Gruyter & Co, Berlin 1967, 313 str. 102 obr.*

Zhruba první polovina knihy je věnována látce dnes již takřka klasické — programování (hypotetického) počítače v jazyku symbolických adres t.j. v podstatě v kódu stroje a dále pak zevrubnému objasnění funkce všech logických částí počítače. Důraz je kladen na periferní zařízení a výklad je doplněn i krátkou informací o sdílení času. Programování v jazycích vyššího typu a překlad z nich je zmíněn jen zcela stručně.

Užití počítače při řízení výrobních procesů je vyloženo až v druhé části knihy. Autor nejprve probírá otázky spojené se vstupem údajů produkovaných řízením výrobním celkem do počítače, (kontrola správnosti vstupních údajů, kontrola správné funkce čidel snímajících signály na řízeném celku atd.). Pak pojednává o přípravě tisku protokolu o provozu, o případech, kdy je nutný styk obsluhujícího personálu s počítačem (např. tehdy, dochází-li ke změně režimu práce řízeného celku, opravám jeho částí apod.). V další kapitole se autor zabývá řízením nestacionárních procesů a nakonec základními úlohami programování počítače v regulaci. Matematickými otázkami užití počítačů v regulaci (stabilita, rychlost ustálení stabilního procesu aj.) se kniha nezabývá.

Toto dílko je velmi vhodné pro ty, kdož se mají věnovat technice programování při užití počítače při řízení procesů a dosud s programováním nejsou obeznámeni vůbec. Její druhá část však může být zajímavá i pro programátory zkušené např. na poli vědecko-technických výpočtů, kteří se chtějí seznámit se základními otázkami techniky programování v tomto novém a u nás zatím málo rozvinutém užití počítačů.

*Jiří Raichl*