Recense

Aplikace matematiky, Vol. 11 (1966), No. 1, 67–86

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/103001

RECENSE

D. K. Fadějev, V. N. Faddějevová: NUMERICKÉ METODY LINEÁRNÍ ALGEBRY. Přeložil dr. M. Fiedler Dr.Sc. Vydalo SNTL, Praha 1964. Stran 684, náklad 3000 výt., cena (váz.) Kčs 46,50.

Pod stejným názvem vyšla v r. 1950 knížka V. N. Faddějevové. Obsahovala stručný přehled základních metod a patřila mezi první knihy tohoto zaměření. O její potřebnosti a oblibě svědčí zájem, s jakým byla přijata v SSSR i v zahraničí, kde byla přeložena do několika jazyků. Na tomto základě napsali manželé Faddějevovi obsáhlou knihu, jejíž první dvě vydání vyšla v Moskvě v r. 1960 a 1963. Vzhledem k přístupnosti výkladu, který je doprovázen mnoha ilustrativními příklady, může tato kniha velmi dobře sloužit jako učebnice, vzhledem k systematičnosti a šíři pojetí ji lze považovat za monografii.

Hlavní numerické problémy v lineární algebře souvisejí s řešením soustav lineárních rovnic a s výpočtem vlastních čísel a vlastních vektorů čtvercové matice. Význam numerických metod řešení těchto problémů je znásoben rozsahem jejich aplikací, neboť mnohé důležité analytické problémy (např. v souvislosti s řešením parciálních diferenciálních rovnic nebo integrálních rovnic) vedou při numerickém řešení k problémům tohoto typu. — Tyto numerické metody lze zhruba rozdělit na finitní, které dávají přesný výsledek po konečném počtu kroků za (teoretického) předpokladu, že vstupní číselné údaje i aritmetické operace jsou přesné, a metody iterační, při nichž řešení vychází jako limita posloupnosti aproximací.

V první kapitole jsou na 120 stranách vyloženy potřebné pojmy z lineární algebry. Ve druhé kapitole, která má 67 stran, se pojednává o finitních metodách a ve třetí (50 stran) o iteračních metodách řešení soustav lineárních rovnic. Čtvrtá kapitola (70 stran) je věnována výkladu finitních metod řešení úplného problému vlastních čísel, který spočívá v nalezení všech vlastních čísel a příslušných vlastních vektorů matice; iterační metody řešení tohoto problému byly vypracovány v posledních letech (např. práce Rutishauserovy) a studují se v osmé kapitole (68 stran). Pátá kapitola (63 stran) obsahuje výklad (iteračních) metod řešení částečného problému vlastních čísel, jímž se rozumí úloha najít aspoň několik z nich. V šesté kapitole (65 stran), nadepsané „Metoda minimálních iterací a další metody založené na myšlence ortogonalisace" jsou popsány finitní metody vhodné k řešení soustav lineárních rovnic i k řešení úplného problému vlastních čísel. Sedmá kapitola (52 stran) pojednává o gradientních iteračních metodách, jichž lze použít nejen k řešení soustav lineárních rovnic, ale i k řešení částečného problému vlastních čísel positivně definitní matice. Poslední, devátá kapitola (53 stran) je věnována tzv. universálním algoritmům řešení soustav lineárních rovnic; rychlost konvergence těchto iteračních procesů závisí jen na podmíněnosti matice soustavy, nikoliv na jejím řádu.

Do knihy nejsou pojaty otázky šíření numerických chyb; rovněž nejsou vyloženy stochastické metody (metody Monte Carlo). Pokyny k praktickým numerickým výpočtům jsou uvedeny hlavně na třech stranách závěru, jinak jen sporadicky. Kniha obsahuje velmi cenný seznam literatury (plných 55 stran), v němž je zpravidla u každé práce připojen odkaz na příslušnou recensi v referativních časopisech Mathematical Reviews nebo Referativnyj žurnal. Tato pozornost je pro československé odborníky, odkázané většinou na drobty zahraniční literatury, zvlášť milá. Kniha vychází v pečlivém překladu M. Fiedlera, který na několika místech připojil k textu poznámky. Pohotovost nakladatelství v našich poměrech nevídaná umožnila doplnit český překlad v korektuře podle druhého vydání originálu z r. 1963.

Publikace o numerické matematice jdou dobře na odbyt; lze očekávat, že o kvalitní knihu jako je tato bude zájem tím intensivnější.

Ladislav Kosmák

Klára Pach, Tamás Frey: VECTOR AND TENSOR ANALYSIS. Terra, Budapest 1964. Stran 596, obr. 165, cena neuvedena.

Zs. Pachová, Tamás Frey: VEKTOROVÁ A TENZOROVÁ ANALÝZA. SNTL a SVTL, Praha 1964. Stran 732, obr. 164, cena Kčs 36,50.

Obě knihy jsou překlady madarského originálu z roku 1960. V anglickém překladu má kniha sedm kapitol, v českém šest, neboť zde je čtvrtá a pátá kapitola shrnuta v jednu.

Všimněme si nejprve stručně obsahu (podle českého překladu). První kapitola má název Vektorová algebra a obsahuje úvodní partie o vektorech, včetně použití vektorů v analytické geometrii, a seznamuje také čtenáře jak se souřadnicovým, tak i s bezsouřadnicovým vyjádřením vektorů. Druhá kapitola je věnována vektorovým funkcím skalárního argumentu. Je probrána spojitost, derivace, a hodně místa je věnováno geometrickým a fyzikálním aplikacím tohoto pojmu. Třetí krátká kapitola pojednává o skalárních polích, gradientu a jeho použití.

Čtvrtá kapitola je nejrozsáhlejší a obsahuje výklad o vektorových polích. V první její části se definuje pojem křivkového a plošného integrálu, který je použito k popisu vektorového pole. Je probrána Stokesova věta a věty Gaussovy-Ostrogradského. Druhá část kapitoly je věnována tenzorové aritmetice a algebře (do tenzorů druhého řádu) a jejich použití zejména v diferenciální geometrii. V páté kapitole je vyložena tenzorová analýza. Studují se integrální věty, nestacionární pole a jejich aplikace. Poslední odstavec je věnován základům teorie potenciálu. Závěrečná šestá kapitola nazvaná Vektorová analýza ve vícerozměrných a zakřivených prostorech obsahuje výklad o afinních prostorech, jejich transformacích, o obecných křivočarých soustavách souřadnic a stručnou zmínku o vícerozměrných prostorech.

Kniha je psána velmi důkladně a používá důsledně bezsouřadnicového vyjádření vektorů a tenzorů. Je připojena řada příkladů a cvičení, což velmi usnadňuje pochopení látky. V českém překladu byla odstraněna řada nedopatření a nepřesností originálu. Přidán je také přehled nejdůležitějších použitých označení a seznam literatury.

Knihu lze jistě doporučit jak technikům a fyzikům, kteří vektorového a tenzorového počtu používají, tak i matematikům.

Miroslav Fiedler

Günter Meinardus: APPROXIMATION VON FUNKTIONEN UND IHRE NUMERISCHE BEHANDLUNG. (Aproximace funkcí a její numerické zpracování.) Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg—New York 1964. Stran 180, obr. 21, cena DM 49,—.

Při numerickém řešení řady úloh je často účelné nahradit funkci v mezích určité přesnosti funkcí jednodušší, např. polynomem. Problematikou tohoto druhu se zabývá teorie aproximací. Mnohé teoretické výsledky o aproximacích jsou již klasické. Naproti tomu vznikly teprve nedávno numerické metody efektivního výpočtu nejlepších aproximací. Meinardova kniha, vyšlá jako 4. svazek edice Ergebnisse der angewandten Mathematik v nakladatelství Springer, je první knižní zpracování zahrnující tento důležitý numerický aspekt.

Větší část knihy je věnována lineárním aproximacím. Nejprve je formulován obecný lineární aproximační problém, vyloženy principy použití Hahn-Banachovy věty a jsou dokázány mj. klasické Weierstrassovy věty. Rovněž jsou dokázány věty o aproximacích funkcí v komplexním oboru. Tři odstavce jsou pak věnovány lineárním čebyševovským aproximacím, a to jednak větám o jednoznačnosti, jednak speciálním čebyševovským aproximacím, a konečně asymptotickým odhadům chyby při polynomiálních a trigonometrických aproximacích. Mimo jiné je zde dokázána řada vět pocházejících od D. Jacksona, S. N. Bernštejna a A. Zygmunda.

Další odstavec se zabývá podrobněji aproximacemi spojitých funkcí jedné proměnné v kompaktním intervalu polynomy nejvýše n-tého stupně. V závěrečném odstavci části o lineárních aproximacích uvádí autor numerické metody vztahující se k této problematice. Jsou popsány iterační metody zavedené J. J. Remezem, přímé metody (teleskopická aj.), dále Stiefelova metoda diskretizace a další.

Druhá, menší část knihy je věnována nelineárním aproximacím. Zde je uvedena řada teoretických výsledků autorových (většinou ze společné práce s D. Schwedtem), které se týkají vlastností minimálních řešení a některých metod jejich numerického výpočtu. Jsou uvedeny výsledky o aproximacích funkcí racionálními funkcemi, zejména s danými stupni mnohočlenů v čitateli i jmenovateli. V závěru pojednává autor o aproximacích funkcí lineárními kombinacemi exponenciál.

Kniha je psána věcným slohem, metodou věta—důkaz. V textu je uvedeno několik příkladů, zejména v částech věnovaných numerickému řešení. Je nesporné, že Meinardova kniha bude užitečná nejen matematikům, ale i pracovníkům, kteří matematiky užívají v technické praxi i jinde.

Miroslav Fiedler

A. Hurwitz, R. Courant: FUNKTIONENTHEORIE. S dodatkem H. Röhrla. Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg—New York 1964. Stran 706, obr. 161, cena DM 49,—.

Již ve čtvrtém vydání vychází klasická učebnice teorie funkcí komplexní proměnné od Hurwitze a Couranta. Od doby třetího vydání zaznamenala teorie funkcí komplexní proměnné prudký rozmach směrem k abstraktnímu pojetí celé teorie. Proto bylo nutné v novém vydání zrevidovat starý text. Tento úkol s úspěchem vyplnil H. Röhrl.

Kniha se skládá ze tří částí a dodatku. Protože je u nás dobře známa, všimneme si hlavně změn, které se týkají jen třetí části „Geometrická teorie funkcí", napsané R. Courantem, a dodatku, napsaného H. Röhrlem. První dvě části: „Obecná teorie funkcí jedné komplexní proměnné" a „Eliptické funkce", napsané A. Hurwitzem, zůstávají nezměněny. Zatímco tyto části jsou vybudovány důsledně v duchu Weierstrassových idejí, je Courantova „Geometrická teorie funkcí" proniknuta Riemannovým pojetím, je nasycena geometrickou i fyzikální intuicí. Jde v ní v podstatě o existenční věty o konformním zobrazení rovinných oblastí a obecněji Riemannových ploch. Riemannovy plochy tu však byly pojaty speciálně, jakožto „plochy" vytvořené analytickými funkcemi, bez ohledu na abstraktní Weylovu definici. Proto napsal H. Röhrl dodatek, kde jsou tyto věci vyloženy v abstraktním a přesném moderním pojetí. To ovšem niktreak nesnižuje cenu Courantova textu, neboť jím se za prvé krásně motivuje nutnost abstraktního pojetí a za druhé pro studenta, který se teprve seznamuje s teorií, nezůstanou abstraktní věty z dodatku pouze suchými formálními konstrukcemi, ale přesným popisem živých geometrických a fyzikálních idejí. Základním prostředkem při existenčních důkazech je v „Geometrické teorii funkcí" Dirichletův princip. Při přesném výkladu tohoto principu se přirozeně nelze obejít bez elementárních pojmů množinové topologie. Ty byly u Couranta pojaty intuitivně, vysloveny často bez přesných definic. Tyto nedostatky byly H. Röhrlem odstraněny, aniž by byl dotčen základní text. Podstatněji byla revidována právě osmá kapitola, v níž je dokazován Dirichletův princip, který byl v Courantově textu v podstatě jen nastíněn. Změněný důkaz existence řešení minimální úlohy, daný v § 7., se opírá o práci L. V. Ahlforse "Das Dirichletsche Prinzip", Math. Ann. 120 (1947). Poznamenejme, že tento důkaz platí i pro abstraktně definované Riemannovy plochy. Kromě této podstatné změny byly v třetí části provedeny některé drobnější úpravy. Uveďme z nich alespoň tyto: V třetí kapitole bylo změněno pořadí paragrafů. V paragrafu o principu maxima doplněno Carlemanovo zobecnění principu maxima. V paragrafu o hraničních hodnotách holomorfních funkcí precizována část, týkající se hraničních hodnot integrálu Cauchyova typu. Kromě toho byly v řadě míst doplněny odkazy na novější literaturu. Všechny tyto změny jsou provedeny s pochopením pro starý text a bez jeho podstatného narušení. Učiňme nakonec několik drobných kritických poznámek, které ovšem nikterak nesnižují hodnotu provedené revize. Není jasné, proč byla ponechána původní definice souvislosti množiny. V poznámce pod čarou na str. 266 je ponechán odkaz na knihu Kerékjártó, která byla v starém textu citována, avšak při revizi byla zaměněna knihou Alexandrova-Hopfa a Seiferta-Threlfalla. Podobná drobná nedopatření se vyskytují i na jiných místech.

Všimněme si nyní stručně obsahu dodatku H. Röhrla, který se skládá z úvodních poznámek a dvou kapitol. V úvodních poznámkách je definován pojem abstraktní Riemannovy plochy a podány základy teorie diferenciálních forem. V 1. odst. první kapitoly je vyložena Carathéodoryova teorie hraničních elementů (Primenden) na Riemannových plochách a dokázána věta o rozšíření konformního zobrazení konečněnásobně souvislých Jordanových oblastí na hranici. V 2. odst. je dokázána věta o konformním zobrazení nekonečněnásobně souvislých rovinných oblastí na oblasti s výřezy. V 3. odst. jsou studována konformní zobrazení dané Riemannovy plochy na sebe. V 4. odst. jsou studovány Fuchsovy grupy a je dokázána (metodou Poincaréových theta-řad) existence automorfní funkce příslušné dané Fuchsově grupě. V 5. a 6. odst. je studována teorie modulů čtyřrohů a kvasikonformní zobrazení. V 7. odst. jsou uvedeny elementrání důsledky teorie extremálních kvasikonformních zobrazení, týkající se roviny, s poznámkou o možném hlubokém zobecnění, jež bylo vysloveno Teichmüllerem a jež bylo dokázáno teprve v nedávné době. V druhé kapitole jsou studovány holomorfní a meromorfní funkce na Riemannových plochách. V prvních pěti odstavcích jsou studovány kompaktní plochy. Kromě rozkladu meromorfních funkcí na „částečné zlomky", Riemann-Rochovy věty a zobecnění Cauchyovy formule se čtenář poučí i o elementech teorie holomorfních svazků a C-svazků. V dalších čtyřech odstavcích jsou studovány otevřené (tj. nekompaktní) Riemannovy plochy. V 7. odst. je dokázáno zobecnění Rungeho věty, dále jsou studovány přímkové holomorfní svazky a automorfní funkce.

Všechny tři části knihy spolu s dodatkem tvoří celek, po jehož prostudování získá čtenář hluboký obraz o klasické teorii funkcí komplexní proměnné i o jejích moderních partiích, pronikne do jejích metod a pochopí její souvislost s ostatními partiemi matematiky.

Jaroslav Fuka

R. P. Boas, Jr, R. C. Buck: POLYNOMIAL EXPANSIONS OF ANALYTIC FUNCTIONS (Rozvoje analytických funkcí v polynomy.) Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete Reihe: Moderne Funktionentheorie. Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg—New York 1964. 2. opravené vydání, stran 77, obr. 16, cena DM 16,—.

Pro různé účely bylo v klasické analyse zavedeno téměř nepřehledné množství speciálních systémů polynomů (uveďme např. polynomy Hermiteovy, Laguerreovy, Besselovy, Mittag-Lefflerovy atp.) a byly studovány rozvoje analytických funkcí v řady těchto polynomů. V recensované knize jsou tyto otázky studovány z jednotného hlediska. Pomocí metody vytvářecích funkcí, která je podána v dostatečně obecné formě, dostávají autoři schema, které umožňuje ocharakterisovat třídy analytických funkcí, které dostaneme pomocí rozvojů podle rozličných systémů polynomů. Obecný přístup nemůže přirozeně zachytit všechna známá fakta pro rozvoje podle speciální třídy polynomů (např. otázky singulárních bodů pro Taylorovy rozvoje), dovoluje však neomezit se jen na kruhové oblasti (jako v případě Taylorových rozvojů) a umožňuje studovat nejen konvergenci řad, ale i jejich sumabilitu podle různých sčítacích metod (např. podle Borelovy sčítací metody, Mittag-Lefflerovy metody, atp.).

Všimněme si nyní stručně obsahu jednotlivých kapitol. V úvodní I. kapitole je podána obecná teorie, která je základem všech dalších úvah. Teorie je ilustrována na řadě příkladů: Lidstoneovy řady, jistá třída Laguerreových polynomů, zobecněné Appellovy polynomy. V rozsáhlé

II. kapitole jsou studovány rozvoje celých funkcí v řady polynomů. V úvodních paragrafech je formulována řada vět, které platí pro dosti obecnou třídu polynomů. Obecná teorie je ilustrována nejdříve na speciálních systémech polynomů (polynomy Bernouilliovy, Laguerreovy, Hermiteovy, Shefferovy) a postupnou specialisací se dostanou další systémy polynomů (uveďme např. polynomy Poisson-Charlierovy, Narumiovy, Booleovy, Mittag-Lefflerovy, Angelescuovy, Denisjukovy, Rainvilleovy). Poznamenejme, že výsledky § 8 jsou zde prvně publikovány. V III. kapitole jsou studovány rozvoje funkcí holomorfních v okolí počátku. Ze speciálních systémů polynomů, jež jsou studovány v této kapitole, uveďme např. polynomy Brenkeovy, Lerchovy, Gegenbauerovy, Čebyševovy, Humbartovy atp. V závěrečné IV. kapitole jsou podány dva příklady ilustrující třídu problémů, jež mohou být řešeny užitím rozvojů v řady Appellových a zobecněných Appellových polynomů. Je to za prvé otázka jednoznačnosti pro celé funkce a za druhé řešení funkcionálních rovnic. První problém je ilustrován na důkazu klasické Carlsonovy věty a je ukázáno, jak lze užít metody důkazu v obecnější situaci. Druhý problém je ilustrován na řešení rovnice

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\mathrm{d}^n w(z)}{\mathrm{d}z^n} = f(z)\,,$$

kde $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \zeta^n$ je funkce holomorfní v okolí počátku a $f(z)$ je celá funkce exponenciálního typu.

Recensovaná kniha vychází již ve druhém vydání, v němž jsou opraveny tiskové chyby a drobné nepřesnosti z 1. vydání. Obsahuje 16 obrázků a je v ní uvedeno několik otevřených problémů. Je psána stručně, ale přesně. Je to kniha psaná matematiky a určená matematikům. Domnívám se však, že její četba přinese značný užitek i pracovníkům v aplikacích matematiky a v technice zejména tím, že systematisuje množství poznatků, známých pro speciální systémy polynomů, a podává je na základě jednotícího principu.

Jaroslav Fuka

C. Constantinescu, A. Cornea: IDEALE RÄNDER RIEMANNSCHER FLÄCHEN. (Ideální hranice Riemannových ploch.) Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Neue Folge, Band 32. Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg—New York 1964. Stran 244, cena DM 68,—.

V klasické teorii funkcí komplexní proměnné jsou velmi důležité věty, které se týkají chování funkcí, holomorfních v nějaké oblasti s dostatečně „rozumnou“ hranicí (např. v jednotkovém kruhu), na (obyčejné eukleidovské) hranici této oblasti. Jako příklad uveďme tyto věty: Věta o vyjádření positivní harmonické funkce v jednotkovém kruhu pomocí Poisson-Stieltjesova integrálu podle positivní míry s konečnou variací na jednotkové kružnici; Fatou-Nevanlinnova věta o úhlových limitách funkcí holomorfních a omezených (resp. meromorfních s omezenou charakteristikou) v jednotkovém kruhu a analogická jí Beurlingova věta pro funkce s omezeným Dirichletovým integrálem; hraniční věta o jednoznačnosti pro funkce holomorfní a omezené v jednotkovém kruhu (bratří Rieszové) a její zobecnění, pocházející od Luzina a Privalova. Chceme-li přenést tyto věty na Riemannovy plochy (a tedy speciálně na libovolné rovinné oblasti), je nutné především nějakým vhodným způsobem zavést pro (otevřené) Riemannovy plochy hranici a za druhé vyjasnit, pro jakou třídu analytických zobrazení jedné Riemannovy plochy do druhé analogie uvedených vět platí. Analyse těchto otázek je věnována recenzovaná kniha.

Kniha je rozdělena na dvacet odstavců. Všimněme si stručně jejich obsahu. V odstavci 0. shrnují autoři některé věty a definice, které vycházejí za rámec universitního kursu a kterých v dalším běžně používají. Je tu např. dokázána Stone-Weirstrassova věta a uvedena věta o slabé kompaktnosti jednotkové koule v prostoru měr na lokálně kompaktním prostoru. V závěru odstavce jsou uvedeny definice a označení z teorie diferenciálních forem na Riemannových plochách. Odstavce 1.—5. mají pomocný charakter. V odstavci 2. je studována třída *HP* funkcí, jež jsou rozdílem dvou positivních harmonických funkcí. V odstavcích 1., 3., 4. a 5. je podán moderní výklad teorie subharmonických funkcí, teorie potenciálu, Dirichletova problému a teorie kapacity na Riemannových plochách. Vzhledem k tomu, že v monografické literatuře nebyl dosud podán systematický výklad těchto otázek (známá Brelotova monografie o klasické teorii potenciálu v E_n má v řadě míst charakter přehledu), lze doporučit četbu uvedených odstavců každému, kdo se chce hlouběji poučit o teorii potenciálu. Výklad, vedený ovšem ve dvou dimensích, je precizní a elegantní. V odstavcích 8. a 9. je zaveden a studován pojem Q-hranice Riemannových ploch. Tyto hranice se dostanou zhruba řečeno takto: je-li Q nějaká třída spojitých funkcí na Riemannově ploše R, vezmeme nejmenší kompaktní prostor R^*_Q, který obsahuje R, a na nějž jsou všechny funkce z Q spojitě prodlužitelné. $\Delta_Q = \Delta = R^*_Q \setminus R$ je pak hranice (idealer Rand) R. Existence a jednoznačnost až na homeomorfismus Q-kompaktifikace R^*_Q se dokazuje topologickým způsobem, kterým prof. Čech zavedl β-obal úplně regulárního prostoru. Různou volbou Q dostáváme různé kompaktifikace a tedy i různé hranice Riemannových ploch. V odstavci 8. jsou studovány některé obecné problémy, platné pro libovolnou kompaktifikaci dané Riemannovy plochy: Dirichletova úloha, harmonická hranice, a je podáno zobecnění zmíněné již věty bratří Rieszů pro libovolné analytické zobrazení hyperbolické Riemannovy plochy R do libovolné Riemannovy plochy R'. V odstavci 9. je zavedena a studována Wienerova resp. Roydenova hranice, kterou dostaneme tak, že za Q volíme třídu spojitých Wienerovských resp. Dirichletovských funkcí. Wienerovské resp. Dirichletovské funkce jsou definovány a studovány v odstavci 6. resp. 7. Wienerova resp. Roydenova kompaktifikace je vhodná pro studium třídy HB (funkcí harmonických a omezených) resp. HD (funkcí s omezeným Dirichletovým integrálem) na dané Riemannově ploše R. V odstavci 10. jsou definována Fatouovská resp. Dirichletovská zobrazení R do R'. Jsou to ta analytická zobrazení z R do R', jež jsou zúžením spojitých zobrazení z Wienerovy resp. Roydenovy kompaktifikace R do Wienerovy resp. Roydenovy kompaktifikace R'. Kromě detailního rozboru těchto zobrazení je v osdtavci 10. studován jejich vztah k zobrazením typu Bl (Blaschke), zavedeným M. Heinsem, a k Lindelöfovským zobrazením, která jsou zobecněním pojmu meromorfní funkce s ohraničenou charakteristikou. Odstavec 11. je věnován podrobnému studiu klasifikace některých v jistém smyslu pathologických tříd Riemannových ploch, které jsou definovány pomocí tříd HB a HD. Wienerovská a Roydenovská hranice jsou důležitým nástrojem při studiu těchto otázek. V tomto osdtavci je rovněž definován důležitý pojem minimálních funkcí, zavedených R. S. Martinem. V odstavci 12. je studována otázka, jaké vlastnosti musí mít kompaktifikace R^* dané Riemannovy plochy R, aby bylo možno zavést Poisson-Stieltjesův integrál po hranici R. Tyto vlastnosti jsou formulovány ve formě sedmi axiomů. Jejich důsledkem je metrisovatelnost R^*. Je zavedena množina Δ_1 extremálních bodů hranice Δ, která je vždycky neprázdná a typu G_δ, a je ukázáno, že ke každé míře μ na Δ existuje jediná míra ν soustředěná na Δ_1 tak, že Poisson-Stieltjesovy integrály podle míry μ a ν jsou si rovny. Uvedená fakta tvoří společné abstraktní jádro Martinovy a Kuramochiho kompaktifikace Riemannových ploch. V odstavci 13. je pak definována Martinova hranice. Je to Q-kompaktifikace, kde za Q volíme množinu M funkcí spojitých a omezených na R k nimž existuje dostatečně masivní kompaktní množina K tak, že na $G = R \setminus K$ je $f = H^G_f / H^G_1$, (H^G_g je řešení Dirichletovy úlohy na G s hraniční podmínkou g). Je ukázáno, že tato definice je ekvivalentní s klasickou definicí R. S. Martina. Dále je ukázáno, že každou funkci z HP na R lze vyjádřit ve tvaru Poisson-Stieltjesova integrálu podle míry μ soustředěné na Δ_1 (k tomu se podstatně užívá výsledků odstavců 1. a 4.). Odtud a z výsledků předchozího odstavce dostáváme klasickou teorii R. S. Martina, při čemž je ukázáno, že body z Δ_1 jsou vzájemně jednoznačně přiřazeny minimálním HP funkcím. V odstavci 14. je zobecněna Fatou-Nevanlinnova a Luzin-Privalovova věta. Zobecnění je zhruba takové: jednotková kružnice se nahradí Martinovou hranicí, Lebesgueova míra harmonickou mírou, meromorfní funkce ohraničeného typu Lindelöfovskými zobrazeními. Je ukázáno, že Fatouova věta platí pro obecnější Fatouovská zobrazení zavedená v odstavci 10. a že Fatouovská zobrazení jsou dokonce touto vlastností charakterizována. Analogické otázky jako v odstavcích 13. a 14. jsou studovány v odstavcích 16. a 18., kde místo funkcí z *HB* bereme funkce z *HD*. V odstavci 16. je zavedena a studována Kuramochiho hranice, v odstavci 18. je zobecněna Beurlingova věta: Jednotková kružnice se nahradí Kuramochiho hranicí, kapacita Kuramochiho kapacitou, meromorfní funkce s omezeným Dirichletovým integrálem Dirichletovskými zobrazeními. Odstavec 15. hraje pomocnou roli (podobně jako odstavce 1. a 4. pro Martinovu hranici). V odstavci 17. je podrobně studována teorie potenciálu na Kuramochiho hranici. V závěrečném 19. odstavci je ukázáno, jak zmíněné již klasické věty plynou (dokonce v mnohem obecnější situaci) z vět odstavců 14. a 18.

Již z tohoto stručného přehledu si čtenář může učinit představu o bohatosti myšlenek a hloubce teorií, studovaných v recenzované knize. Značná část obsahu knihy je shrnutím originálních výsledků obou autorů. Avšak i známé věci jsou vykládány v řadě míst originálním a elegantním způsobem. Knihu může číst s úspěchem každý, kdo zná elementy teorie Riemannových ploch např. v rozsahu známé Springerovy učebnice. Závěrem si dovoluji vyslovit přání, aby tato krásná a podnětná kniha našla u nás co nejvíce čtenářů.

Jaroslav Fuka

Guido Hoheisel: AUFGABENSAMMLUNG ZU DEN GEWÖHNLICHEN UND PARTIELLEN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN. (Sbírka úloh z obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic.) Sammlung Göschen 1059/1059a. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1964. Stran 153, cena DM 5,80.

Kniha doplňuje autorovu knihu o obyčejných rovnicích, vydanou v téže knižnici (viz Aplikace matematiky 6 (1961), 241) a to nejen pokud jde o příkladový materiál, ale i výkladem. Kniha má dvě části. První se týká obyčejných rovnic a její první tři kapitoly obsahují velmi stručný výklad elementárních integračních metod (též integraci řadami a operátorovou metodu pro lineární rovnice), téměř každý článek těchto kapitol obsahuje ukázku na použití vyložené látky (řešený příklad) a úlohy ke cvičení a jejich řešení. Čtvrtá kapitola první části (obsahující smíšené úlohy) a část druhá, která se týká parciálních diferenciálních rovnic pouze úlohy a jejich řešení.

Příklady jsou ve všech partiích vhodně voleny, a je třeba pochválit, že knížka kromě příkladů sloužících k pouhému procvičení obsahuje i příklady nestandartní, příklady teoretického charakteru a příklady osvětlující resp. doplňující obecné věty. Náročný matematik však nemusí vždy být spokojen s přesností, ať už jde o výklad, nebo o řešení úloh

Knihu lze doporučit jako doplněk ke studiu diferenciálních rovnic, zejmnéa jako doplněk autorových knih Gewöhnliche Differentialgleichungen a Partielle Differentialgleichungen (viz Aplikace matematiky 6 (1961), 241—242).

Rudolf Výborný

N. K. Bary: A TREATISE ON TRIGONOMETRIC SERIES. (Trigonometrické řady.) Přeložila Margaret F. Mullins. Vol. I: XXIV + 554 str., Vol. II: XX + 508 str. Pergamon Press, London—Oxford—New York—Paris 1964. Cena 84 + 105 s.

Anglické vydání je proti původnímu rozděleno do dvou svazků. Kniha se skládá z úvodní části, shrnující některé výsledky z různých partií analýzy (nerovnosti, sčítatelnost řad, základní pojmy konstruktivní teorie funkcí aj.), a patnácti kapitol; kromě toho jsou zde ještě dodatky k jednotlivým kapitolám, kde jsou podány důkazy některých speciálnějších vět z hlavního textu.

První kapitola jedná o základních pojmech a větách teorie trigonometrických řad. Vedle klasických konvergenčních kritérií jsou zde také vyloženy základy teorie sumability Fourierových řad a Riemannovy teorie trigonometrických řad. Tato kapitola může sloužit jako učebnice základů; výklad, který je i v další části knihy velmi podrobný, jde zde skutečně do detailů.

Druhá kapitola jedná o podrobnějších vlastnostech Fourierových koeficientů. Třetí kapitola obsahuje vedle dalších kritérií pro konvergenci Fourierovy řady v bodě také jejich vzájemné srovnání; ve čtvrté jsou uvedeny věty o Fourierových řadách spojitých funkcí. V páté kapitole se studuje konvergence na dané množině a zvláště konvergence Fourierových řad skoro všude; zde je také uveden Kolmogorovův příklad všude divergentní Fourierovy řady. Konečně v poslední kapitole tohoto dílu se dokazuje Meňšovova věta o tom, že každou měřitelnou skoro všude konečnou funkci lze změnit na množině libovolně malé míry tak, že Fourierova řada vzniklé funkce konverguje na $<0, 2\pi>$ stejnoměrně. Všechny kapitoly tohoto svazku jsou doplněny cvičeními, která pro toto vydání vybral Uljanov.

Sedmá kapitola je věnována studiu sumability Fourierových řad, a to jak některým dalším lineárním metodám, tak i pojmu silné sumability a jiným zobecněním. Následující kapitola jedná o konjugovaných řadách a funkcích. V deváté kapitole se studuje absolutní konvergence Fourierových řad. V desáté a jedenácté kapitole je pojednáno o speciálních trigonometrických řadách, a to řadách podle sinů nebo kosinů s monotonně klesajícími koeficienty, a lakunárních řadách. Ve dvanácté kapitole se přechází k obecným trigonometrickým řadám; po studiu základních vlastností konvergence a divergence je to zkoumání absolutní konvergence trigonometrických řad (13. kap.) a problému unicity trigonometrického rozvoje (14. kap.). Ve všech třech kapitolách hrají základní roli jemné vlastnosti množin míry nula. Konečně v poslední patnácté kapitole se vykládají fundamentální Meňšovovy výsledky o reprezentabilitě měřitelných funkcí trigonometrickou řadou.

Jak již bylo řečeno, kniha je psána velmi podrobně a srozumitelně; její přehlednost zvyšuje i to, že všechny kapitoly začínají úvodním paragrafem, obsahujícím stručný výklad problematiky. Na mnoha místech se poprvé v učebnicové formě vykládají některé nové výsledky; vedle zmíněných Meňšovových vět je to např. i teorie A-integrálu a jeho aplikace v konjugovaných řadách.

Vnější úprava tohoto vydání je tradičně pěkná, jen se zdá, že počet tiskových chyb je zbytečně velký.

Karel Karták

Ludwig Baumgartner: GRUPPENTHEORIE. W. de Gruyter Co., Berlin 1964. Stran 190, cena DM 5,80.

Knížka vycházející ve sbírce Göschen je čtvrté rozšířené vydání. Obsahuje na 190 stranách poměrně bohatý materiál o teorii grup. Vyplývá to již z výčtu názvů jednotlivých odstavců: 1. Úvod, 2. Základní pojmy a metody teorie grup, 3. Konečné grupy, 4. Záměnnost prvků a podgrup, 5. Faktorová grupa, 6. Homomorfismus, 7. Automorfismus, 8. Endomorfismus; charakteristické a úplně invariantní podgrupy, 9. Abelovy grupy, 10. Grupy s operátory, 11. p-grupy a p-Sylowovy grupy, 12. Volné grupy a grupy s relacemi. 13. Posloupnosti a řetězce grup, 14. Dodatky o grupových postulátech.

Knížka je psána velmi pěkně. Kromě řady příkladů v textu obsahuje 151 cvičení s naznačenými řešeními a výsledky. I když v knížce nejsou zahrnuty aplikace, bude jistě jako její předchozí vydání užitečná širokému okruhu zájemců o teorii grup.

Miroslav Fiedler

Seymour Ginsburg: AN INTRODUCTION TO MATHEMATICAL MACHINE THEORY. (Úvod do matematické teorie strojů-automatů.) Vydalo nakladatelství Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts — Palo Alto — London 1962. Stran 148, cena $ 8, 75.

Autor začíná knížku čtyřstránkovým přehledem základních matematických pojmů a jejich značení (základní pojmy teorie množin, rozklad množiny, posloupnost — kterou autor neodlišuje od řetězu symbolů bez oddělujících čárek — binární relace, ekvivalence, ohodnocený orientovaný graf, funkce, pologrupa, generátory a volná pologrupa apod.).

Vlastní text je rozdělen do čtyř kapitol. Předem je třeba říci, že tato knížka není přehledem dosažených výsledků, ale že je výběrem nijak věcně nezdůvodněným (leda zájmem samotného autora). Druhá připomínka se týká terminologie (viz překlad nadpisu knihy). Ginsburg užívá jak termínu stroj (v české terminologii se vžilo Turingův stroj) tak termínu automat a rozumí tím dvě různé věci (u nás se pro obojí užívá termínu automat).

První kapitola (str. 5—42) se zabývá tzv. úplnými sekvenčními stroji, což jsou obvyklé automaty, ale bez význačeného počátečního stavu, tj. jsou určeny množinou stavů $K \neq \emptyset$, množinou vstupů příp. výstupů $\Sigma \neq \emptyset$ příp. $\Delta \neq \emptyset$ a dvěma funkcemi: přechodovou funkcí δ příp. výstupní funkcí λ, která zobrazuje kartézský součin $K \times \Sigma$ do K příp. do Δ. Podrobně se studuje pojem ekvivalence stavů i strojů. Dokazuje se např. (věta 1.3), že až na isomorfismus existuje jediný stroj, který je ekvivalentní s daným strojem a má minimální možný počet stavů. Zobecněným sekvenčním strojem se rozumí takový stroj, jehož výstupní funkce λ může mít za hodnoty nejen jednotlivé prvky z Δ, ale libovolné jejich posloupnosti (příp. i prázdné, tj. nemusí se na výstupu objevit vůbec nic).

Závěr první kapitoly je věnován samostatně zpracované tématice, která byla prvně studována E. F. Moorem ve známé práci o myšlenkových experimenetch na sekvenčních strojích (jde o otázku určit takovou vstupní posloupnost — která se zde nazývá páskou—, abychom na známém úplném sekvenčním stroji mohli určit, ve kterém stavu je, když samozřejmě nevíme, ve kterém stavu je na počátku činnosti).

Druhá kapitola (43—82) se zabývá neúplnými sekvenčními stroji, které se od úplných liší jenom tím, že obě funkce δ a λ nemusí být definovány na celé množině $K \times \Sigma$, ale obecně jen na nějakých jejich podmnožinách. Zde se přirozeně nejdříve zavádí pojem přijatelné pásky pro daný stav (když totiž pro potřebné vstupy a stavy jsou obě funkce definovány) a pak se srovnávají dva stavy p a q dvou různých strojů (se stejnou vstupní abecedou Σ) S a T takto: píše se $p \leqq q$, když každá páska přijatelná pro stav p je přijatelné i stav q a kromě toho v takovém případě dají oba automaty stejné výstupní posloupnosti. Pak se píše $S \leqq T$, když ke každému stavu p stroje S existuje takový stav q stroje T, že platí $p \leqq q$. Hlavním problémem, který je v této kapitole řešen, je problém minimalizace. Je formulován takto: k danému neúplnému sekvenčnímu stroji S najděte takový stroj T, aby $S \leqq T$ a přitom, aby T měl minimální možný počet stavů. Zde je dokázána celá řada pomocných vět a zavedena celá řada speciálních pojmů, často dosti složitých, ale popsaná redukce (věta 2.8) obsahuje rozhodující krok, který není dost efektivní (v zásadě jde o metodu zkoušek a omylů čili o vyzkoušení všech možností; nalezení efektivnější metody klade Ginsburg jako neřešený problém, str. 70).

Závěr druhé kapitoly je věnován problému syntézy. Při tom se vychází ze základního předpokladu o požadavcích na konstruovaný stroj. Tyto požadavky budou splněny strojem U právě tehdy, když v U existuje konečný počet stavů s předepsaným chováním, tj. jsou předepsány vstupní a jim odpovídající výstupní posloupnosti a u každé dvojice je určen stav (pak stroj, když začne v tomto stavu a přijme danou vstupní posloupnost, vydá příslušnou výstupní posloupnost). Ve strojích s předepsaným počátečním stavem je tento problém syntézy přirozenější, neboť samozřejmě se předpokládá vždy, že stroj zahajuje činnost v počátečním stavu (tedy v Ginsburgově případu se předepisuje jediný stav; dá se patrně dokázat, že se lze na tento speciální případ omezit bez újmy na obecnosti).

Je tedy patrno, že tématika této kapitoly je zpracováním problematiky, s níž původně přišel D. A. Huffman a G. H. Mealy a později D. D. Aufenkamp ve známých pracích.

Zatím co první kapitoly zpracovávaly klasické, tj. už deset let staré výsledky, je třetí kapitola (83—106) věnována původním výsledkům Ginsburgovým. Jsou v ní studovány abstraktní stroje (a také quasistroje), které zavedl Ginsburg abstrakcí z úplných sekvenčních strojů tím, že místo abeced Σ a Δ (což byly vlastně konečné množiny generátorů volných pologrup) se berou dvě neprázdné pologrupy, při čemž výstupní pologrupa splňuje levý zákon o krácení (bez tohoto požadavku je to quasistroj). Jak je v matematice obvyklé, autor zde přenáší pojmy z předchozích kapitol na abstraktní stroje. Výsledky i pojmy mají zatím čistě teoretickou cenu pro samotnou matematickou teorii a ne pro její využití.

Čtvrtá kapitola (107—137) pojednává o zařízeních pro rozeznávání, která jsou autorem nazvána automaty různých druhů. Hlavní problém, jemuž je tato kapitola věnována, je zase „klasický" problém representace regulárních událostí či množin v automatu či v neuronové síti jak jej prvně položil a řešil S. C. Kleene ve své známé práci.

Především automat je určen množinou stavů K, množinou vstupů Σ, přechodovou funkcí δ (to je stejné jako u sekvenčního stroje) a kromě toho vyznačeným počátečním stavem S_0 z K a dále vyznačenou podmnožinou stavů F je částí K. Je ovšem jasné, že Ginsburgův automat by bylo možné velmi jednoduše doplnit na sekvenční stroj (λ by se definovalo tak, že by nabývalo hodnot 0 a 1 podle toho, zda by šlo o stav z F nebo o stav mimo F a λ by na vstupech nezávisela). Páska je takovýmto automatem přijata, když z počátečního stavu S_0 užitím této pásky přejde automat do stavu z F. Pak je každým automatem určena množina všech přijatých pásek a každá takováto množina pásek se nazývá regulární množinou. Jsou dokázány známé věty o representaci regulárních množin.

Dále jsou zavedeny speciální automaty. Např. 2-automat se liší od automatu tím, že F není částí množiny K, ale podmnožinou množiny $K \times \Sigma$. Zavádí se i 3-, 4- a 5-automat. Jiným typem je dvoucestný automat, který se přibližuje ke známému Turingovu stroji tím, že se v něm připouští vstupní pásku zpracovávat složitěji, tj. nemusí se v následujícím taktu číst vždy následující prvek, ale může se číst znova totéž místo nebo se může i jít nazpět k předešlému políčku. Další typ je dvoupáskový automat. Pracuje obdobně jako jednopáskový, ale střídá pásky, napřed první, pak druhou, pak zase první atd. až jednu z pásek vyčerpá a celá práce automatu se samozřejmě týká dvojic pásek, tj. dvojic vstupních posloupností. Pro různé typy automatů se přenáší pojmy z dřívějších automatů a dokazují se obdobné věty o representaci.

Souhrnně lze o Ginsburgově knížce říci, že je po matematické stránce velice pečlivě sepsána (všechny důkazy jsou úplně provedeny i všechny pomocné výsledky odvozeny; snad až některé dílčí výsledky — pouze jednoúčelové — zbytečně zdržují při četbě). Velmi cenné jsou příklady (jdou do celých desítek) a velice užitečná jsou rovněž cvičení, jimiž jsou jednotlivé odstavce doplněny, a několik neřešených problémů.

Karel Čulík

SEQUENTIAL MACHINES; SELECTED PAPERS. (Sekvenční stroje-automaty; vybrané práce.) Práce vybral E. F. Moore. Vydalo nakladatelství Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts—Palo Alto—London 1964. Stran 266 + 5, cena $ 7,50.

Z velké části jsou vybrané práce významnými pracemi v tomto oboru a často jsou citovány. Žádná z nich však nebyla uveřejněna v dřívějším známém sborníku „Automata Studies" (v ruském překladu „Avtomaty"). Celkem jde o 12 prací doplněných velmi podrobným seznamem literatury (asi 700) a vysvětlivkami k němu, které udělal E. F. Moore. Jde o tyto práce: 1. Syntéza sekvenčních přepínacích obvodů od D. A. Huffmana (Jour. of the Franklin Inst., Vol. 257, Nos. 3—4, March and April 1954, pp. 161—190, 275—303); 2. Konečné automaty a jejich rozhodovací problémy od M. O. Rabina a D. Scotta (IBM Jour. Reas. Dev., Vol. 3, No. 2, April 1959, pp. 114—125); 3. Redukce dvoucestných automatů na jednocestné od J. C. Shephedrsona (IBM Jour. Reas. Dev., Vol. 3, No. 2, April 1959, pp. 198—200); 4. Pravděpodobnostní automaty od M. O. Rabina (Inf. and Control, Vol. 6, No. 3, September 1963, pp. 230—245); 5. Necyklická struktura sekvenčních strojů-automatů od J. Hartmanise (Inf. and Control, Vol. 5, No. 1, March 1962, pp. 25—43); 6. Kanonické tvary pro logické stroje-automaty s konečným počtem stavů a bez ztráty informace od D. A. Huffmana (Trans. IRE, Vol. CT-6, Special Supplement, May 1959, pp. 41—59); 7. Regulární výrazy a stavové diagramy pro automaty od R. McNaughtona a H. Yamady (Trans. IRE, Vol. EC-9, No. 1, March 1960, pp. 39—47); 8. Realisace událostí logickými sítěmi od I. M. Copiho, C. C. Elgota a J. B. Wrighta (Jour. ACM, Vol. 5, No. 2, April 1958, pp. 181—196); 9. Teorie logických sítí od A. W. Burkse a J. B. Wrighta (Proceed. IRE, Vol. 41, No. 10, October 1953, pp. 1357—1365); 10. Problém synchronisace pálící čety od E. F. Moorea (jediná dříve neuveřejněná dvoustránková poznámka); 11. O třídě událostí representovatelných v konečných automatech od Ju. T. Medvedeva (ve sborníku Avtomaty, 385—401); 12. O grafické representaci pracovního režimu obvodů od A. K. Kuttiho (trudy Leningradskoj Eksperimentalnoj Elektrotechničeskoj Lab., Vol., 8. (1928) pp. 11—18).

Karel Čulík

E. B. Dynkin: MARKOV PROCESSES. (Markovovy procesy.) Vydalo nakladatelství Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1965. Vol. I. 365 str., Vol. II. 274 str., cena DM 96,—.

Kniha vyšla jako svazek 121 a 122 sbírky Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften a je překladem ruského originálu Markovskije processy (Gosudarstvennoje izdatělstvo fiziko matěmatičeskoj litěratury, Moskva 1963). Překlad byl pořízen na universitě v Berkeley a byl revidován autorem.

Teorie Markovových procesů vznikla jako nástroj popisu náhodových procesů v přírodě, probíhajících v čase tak, že charakteristiky náhodného vývoje v budoucnu jsou určeny přítomným stavem nezávisle na průběhu v minulosti. Pozdější axiomatizace teorie pravděpodobnosti na základě teorie míry byla pro obecné stochastické procesy dovedena do důsledků zejména v Doobově knize Stochastic Processes (1953). U Markovových procesů, hlavně proto, že podmíněná pravděpodobnost zde tvoří základní a nikoliv odvozený pojem, bylo nalezení vhodné definice ještě otázkou dalšího vývoje. Aplikace v matematických disciplinách jako je teorie harmonických funkcí, teorie potenicálu nutnost takového modelu ještě zvětšily. Obecná definice Markovova procesu je obsažena v Dynkinově knize z roku 1959, jejíž předklad vyšel v nakladatelství Springer pod názvem: Die Grundlagen der Theorie der Markoffschen Prozesse (1961).

Recenzovaná kniha se řadí do směru, který staví studium vlastností trajektorií na první místo. Je věnována časově homogenním procesům se spojitým parametrem. Základním analytickým nástrojem jejich vyšetřování je teorie semigrup, která u procesů se spojitými stavy navazuje na Kolmogorovovy parciální diferenciální rovnice. Zatímco kniha Die Grundlagen der Theorie der Markoffschen Prozesse se opírala pouze o teorii míry, jest třeba vysvětlit obsahovou bohatost recenzované knihy právě vlivem problematiky, vycházející z tohoto analytického aparátu (charakteristické a infinitesimální operátory, superharmonické funkce atd.).

Obsah a zaměření knihy jsou stručně shrnuty v úvodu. První dvě kapitoly jsou věnovány analytické teorii semigrup a vztahu mezi semigrupami a funkcemi pravděpodobnosti přechodu. Definice homogenního Markovova procesu je obsažena v kapitole III. Markovův proces je čtveřice

$$X = (x_t, \zeta, \mathcal{M}_t, P_x)\,,$$

kde x_t je trajektorie procesu, ζ okamžik přerušení trajektorie, $\mathcal{M}_t$ σ-algebra jevů, které nastaly do okamžiku t, P_x pravděpodobnostní míra za podmínky, že výchozím stavem bylo x. Funkce $P(t, x, \Gamma) = P_x(x_t \in \Gamma)$ je přechodovou funkcí procesu X. Markovská vlastnost je vyjádřena vztahem pro podmíněné pravděpodobnosti

$$P_x(x_{t+s} \in \Gamma \mid \mathcal{M}_t) = P(s, x_t, \Gamma) \quad [P_x]\,.$$

Dále obsahuje tato kapitola podmínky na $P(t, x, \Gamma)$, které zajišťují spojitost trajektorií, a důležitý pojem markovského času, což je náhodná veličina τ, nezávislá na budoucnosti, tj. platí $\{\tau > t\} \in \in \mathcal{M}_t$ pro $t \geqq 0$. Markovskými časy jsou doby prvního výstupu a průchodu, studované v kapitole IV.

Slabým infinitesimálním operátorem přechodové funkce $P(t, x, \Gamma)$ je operátor

$$\tilde{A}fx) = \lim_{t \to 0+} t^{-1} \left\{ \int P(t, x, \mathrm{d}y) f(y) - f(x) \right\}$$

v prostoru měřitelných ohraničených funkcí. Přitom se předpokládá, že výraz na pravé straně je ohraničen. Užitečným pojmem zavedeným E. B. Dynkinem již dříve, je charakteristický operátor

$$\mathfrak{A} f(x) = \lim_{U \downarrow x} [M_x \tau(U)]^{-1} (M_x f(x_{\tau(U)}) - f(x)),$$

kde M_x značí očekávanou hodnotu za podmínky, že výchozím stavem bylo x, U je okolí bodu x, $\tau(U)$ doba prvého výstupu z okolí U. $\mathfrak{A}$ je obvykle rozšířením $\tilde{A}$. Tento vztah umožňuje usuzovat z pravděpodobnostních vlastností procesu na infinitesimální operátor přechodové funkce, který je výchozím pojmem analytického přístupu k Markovovým procesům. O charakteristických operátorech pojednává kapitola V.

Rozsáhlá část knihy (kapitoly VI—IX) je věnována aditivním a multiplikativním funkcionálům na procesech. Typickým příkladem aditivního funkcionálu je

$$\varphi_s^t = \int_s^t V(x_u)\, \mathrm{d}u .$$

Funkcionály slouží k transformacím Markovových procesů (kapitola X). Nechť např. proces $\tilde{X}$ vznikne z procesu X tím, že trajektorie zaniká s lokální intensitou $V(x)$. Přechodová funkce procesu $\tilde{X}$ je

$$\tilde{P}(t, x, \Gamma) = M_x \exp(-\varphi_0^t)\, \chi_\Gamma(x_t) .$$

Důležitou transformací procesu je náhodná záměna času, studovaná poprvé systematicky V. A. Volkonskim. Umožňuje odvoditi z Wienerova procesu rozsáhlou třídu Markovových procesů. Na příklad, jestliže $V(x)$ je kladná, můžeme položiti $y_t = x_{\varphi_0 t}$. Kapitola XI se zabývá stochastickými integrálními rovnicemi a jejich vztahem k difusním procesům.

Druhý díl knihy počíná kapitolou o excesivních, superharmonických a harmonických funkcích Nezáporná měřitelná funkce se nazývá excesivní, když:

1) $\int P(t, x, dy) f(y) \leqq f(x)$ pro všechna t, x,

2) $\lim_{t \to 0} \int P(t, x, \mathrm{d}y) f(y) = f(x)$ pro všechna x.

Studium excesivních funkcí bylo do teorie Markovových procesů uvedeno aplikacemi v teorii potenciálu. Podstatnou je skutečnost, že $f(x_t)$ tvoří supermartingal v případě, že $f(x)$ je excesivní. Dále tato část knihy obsahuje podrobný výklad pravděpodobnostních metod řešení Dirichletova problému. Kapitola XIV se zabývá vícerozměrným Wienerovým procesem a odvozováním procesů jeho transformacemi.

Poslední tři kapitoly se týkají jednorozměrných procesů. Zde je možno, za předpokladu spojitosti trajektorií a regulárnosti, která značí, že trajektorie při východu z vnitřku libovolného intervalu může dosáhnouti obou jeho konců s kladnými pravděpodobnostmi, najíti dvě funkce v, u tak, že $\mathfrak{A} f(x) = D_v D_u f(x)$. D_v, D_u značí derivování vzhledem k funkci v respektive u. Konstrukce procesu k danému infinitesimálnímu operátoru je provedena transformacemi Wienerova procesu.

V dodatku jsou shrnuty některé použité věty, zejména z teorie míry, martingalů a parciálních diferenciálních rovnic. Seznam literatury obsahuje téměř 200 prací. Kniha má podrobný rejstřík a seznam symbolů.

Knihu Markov processes může s porozuměním čísti pouze specialista v teorii pravděpodobnosti. Nebylo by také vhodným se domnívati, že problematika v ní obsažená tvoří jádro teorie Markovových procesů. Autor se při výběru látky řídil svým vědeckým zaměřením. V tomto směru kniha představuje nadmíru cenný a aktuální přínos. Ve světové literatuře existuje na ní mnoho odkazů a je proto nutná i pro čtenáře, kteří ji nehodlají systematičtěji studovat.

Petr Mandl

V. S. Nemchinov (red.): THE USE OF MATHEMATICS IN ECONOMICS. (Užití matematiky v ekonomii.) Oliver & Boyd, Edinburgh & London 1964. Stran 377, cena 5£ 5s.

Jde o překlad nejdůležitějších statí prvního sovětského sborníku o používání matematiky v ekonomice, redigovaného nedávno zemřelým průkopníkem exaktních metod v socialistickém národním hospodářství, akademikem Nemčinovem. Originál má název Primenenie matematiki v ekonomičeskich issledovanijach a vyšel roku 1959 v Moskvě v Nakladatelství sociálně-ekonomické literatury. (Překlad sborníku do slovenštiny vydalo pod názvem Použitie matematiky v ekonomike roku 1962 Slovenské nakladatelství technické literatury v Bratislavě.) Originální vydání obsahuje stati těchto autorů: Nemčinov, Novožilov, Lange, Kantorovič, Lur'e, Jakovleva, Krekó, Rubinštejn. Anglické vydání je výběrové. Obsahuje pouze články prvních pěti autorů. Výběr a redakci provedl známý znalec socialistické ekonomiky, profesor university v Glasgově Alec Nove, který též napsal předmluvu.

Protože je sborník u nás dostupný a v kruzích zabývajících se aplikacemi matematických metod v ekonomice dobře znám, omezíme se v recenzi na stručnou charakteristiku jednotlivých statí. Pozornost věnujeme předmluvě k anglickému vydání, která je v mnohém směru zajímavá a poučná.

Nemčinovova předmluva k původnímu vydání je nesena duchem známého výroku Nesmejanova o tom, že ekonomická věda se musí stát vědou exaktní, má-li řešit úkoly, které se před ni staví. V článku Používání matematických metod v ekonomice ukazuje Nemčinov na tradici exaktních přístupů v socialistické ekonomice, ať plyne z některých klasických formulací Marxových a Leninových, či z rozborů a prací sovětských ekonomů v prvních fázích vývoje socialistického zřízení. Autor dokumentuje tento progresivní směr z raných dob sovětského národohospodářského plánování ukázkami tehdejších bilancí, které vykazují typické rysy moderní strukturní analýzy (input—output). Upozorňuje dále na práce Kantorovičovy z konce let třicátých, které lze chápat jako první základní kroky v jiné dnes progresivní disciplíně, tj. v lineárním programování.

Novožilova stať se týká otázky měření nákladů a jejich efektivnosti v socialistickém hospodářství. Autor porovnává dosavadní teorii a praxi v této oblasti a formuluje vlastní názory. Řeší otázku převedení jednotlivých alternativních variant na společný efekt a na číselných příkladech ilustruje tento postup. Zvláštní pozornost věnuje tzv. lhůtě splatnosti při určováni efektivnosti investic. K nejvýznamnějším (nejčastěji citovaným) kapitolám Novožilovy stati patří úvahy o duální ceně v souvislosti s Kantorovičovou metodou řešících multiplikátorů. Novožilov se zde zcela jednoznačně zařadil do čela těch socialistických ekonomů, kteří v duálních (stínových, zúčtovacích, vnitřních, imputovaných) cenách nevidí subjektivní marginalistiku, nýbrž účinný objektivní nástroj řízení hospodářství.

Stať jednoho z největších socialistických ekonometrů, čelného představitele polské plánovací teorie i praxe, profesora Langeho se týká některých aspektů strukturní analýzy. Autor především ukazuje, že Leontiefovy modely nejsou nic jiného než konkretizace Marxovy myšlenky zobrazení procesu rozšířené reprodukce. Těžiště článku spočívá v kapitole týkající se dynamické stránky strukturní analýzy (investice a hospodářský růst). Tato část bývá často citována jako „model Langeho".

Kantorovič je ve sborníku zastoupen dvěma pracemi. První je věnována matematickým metodám v organizaci a plánování výroby, druhá podává jeho názory na další vývoj matematických metod a perspektivy jejich aplikací v plánování a ekonomice. První stať je vlastně reprodukcí původní Kantorovičovy práce z roku 1939 (s některými menšími úpravami).

Lur'eho příspěvek má již povahu speciální. Jde o tzv. dopravní úlohu lineárního programování, pro kterou autor vypracoval algoritmus řešení.

Soubor statí je zakončen bibliografickým přehledem sovětské i zahraniční literatury o lineárním programování a příbuzných disciplínách. Přehled vypracoval Korbut.

Sborník uzavírá Nemčinov doslovem, ve kterém vyslovuje své názory k některým tézím autorů. Uvádí určité výhrady k práci Langeho, Kantoroviče i Novožilova.

Pořadatel anglického vydání hodnotí sovětský sborník jako symbol důležitého myšlenkového zvratu v sovětském ekonomickém myšlení. Na rozdíl od převládajícího mínění nechápe však dosavadní stagnaci socialistické ekonomické teorie jako výhradní důsledek stalinských forem řízení. Ukazuje právě na Kantorovičovi a na Novožilovi, že originální myšlenky vznikaly i v této etapě. Vysvětlení, proč nedocházelo k jejich rozvíjení, spatřuje spíš v ekonomických podmínkách, ve kterých se Sovětský svaz nacházel. Atmosféra industrializace „za každou cenu" nebyla příznivá bádání o ekonomických kritériích. Nejen Stalinova smrt, nýbrž též dosažení určitého stupně hospodářského vývoje vysvětluje myšlenkovou aktivitu směrem k exaktním metodám řízení a plánování a renesanci myšlení nastartovaného v letech bezprostředně po revoluci.

Nove doporučuje západním ekonomům, aby se snažili vniknout do myšlení sovětských ekonomů i jejich pojmového aparátu. Zdá se mu však, že mnohé myšlenky pokrokových sovětských ekonomů (např. Novožilova) by se daly mnohem snáze vyjádřit aparátem běžným v západní ekonomice a ukazuje na některé rozpory, které vznikají z ortodoxního výkladu marxistické ekonomie. Varuje před podceňováním sovětského ekonomického myšlení a poukazuje na potenciál mladých, matematicky výborně fundovaných sovětských ekonomů.

Aby usnadnil orientaci čtenářům, kteří neznají marxistickou a sovětskou terminologii, připojuje Nove přehled hlavních pojmů, jež jsou odlišně definovány nebo jež jsou specifické pro plánované hospodářství (národní důchod, hrubá výroba, hodnota, chozrasčot apod.).

V kladném hodnocení nové etapy sovětského ekonomického myšlení a jeho možného nárazu na hospodářskou praxi jde Nove tak daleko, že tvrdí, že je nutno očekávat „úchvatné nové experimenty".

Jaroslav Habr

Samuel Karlin: MATHEMATICAL METHODS AND THEORY IN GAMES, PROGRAMMING AND ECONOMICS. (Matematické metody a teorie ve hrách, programování a ekonomii.) Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Mass., 1959.

Vol. I. Matrix games, programming and mathematical economics. (Maticové hry, programování a matematická ekonomie.) Stran 10 + 433, obr. 16, cena $ 10,60.

Vol. II. The theory of infinite games. (Teorie nekonečných her.) Stran 11 + 386, obr. 10, cena $ 10,75.

Každý nový vědní obor ve stadiu, kdy se prudce rozvíjí a kdy se o něm dovídá i širší veřejnost, zcela zákonitě přitahuje řadu horlivých vyznavačů, z nichž někteří ve svém (skutečném či předstíraném) nadšení zapomínají, že jak staré tak i nové a módní obory vědy především vyžadují tvrdou práci a kázeň. Takové období rozvoje a dokonce i zájmů veřejnosti prožívají aplikace matematických metod v ekonomii. Tato disciplína, ač její začátek se všeobecně klade do doby kolem roku 1838, kdy vyšly „Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses" A. A. Cournota, se dočkala teprve po druhé světové válce (u nás o něco později) širokého uznání, možností rozvoje a dokonce i takové publicity v tisku, že se dostává do nebezpečné blízkosti již osvědčených vědeckých senzací, matematických strojů a kybernetiky. Publikační možnosti jsou za takové situace velmi příznivé a není divu, že tolik autorů se cítí povolanými o .matematických metodách v ekonomii psát. Jsou mezi nimi, žel, i autoři málo vyvolení, a to od poctivých pracovníků, kterým nedostatek sebekritiky nedovolí vidět nedostatky jejich matematického vzdělání, až po kariéristy. A tak mezi záplavou publikací z tohoto oboru, často velmi pochybné ceny, vítáme několik vynikajících prací, mezi něž patří i recensovaná kniha. Jde o knihu naprosto seriózní, jejíž autor spojuje hluboké vzdělání matematické s živým zájmem o aplikace na otázky ekonomické a sám podstatným způsobem k této teorii přispěl.

Kniha má dva díly na sobě zcela nezávislé. První má podtitul „Maticové hry, programování a matematická ekonomie", druhý „Teorie nekonečných her". Každý díl zvláště obsahuje všechny potřebné definice a vysvětlení, obsažené v první kapitole. Kromě toho obsahuje každý z obou dílů (identický) dodatek, kde se vykládají základní potřebné výsledky z lineární algebry, teorie konvexních množin a funkcí, takže většina předběžných znalostí matematických je obsažena v knize samotné. Recenzentu se však zdá, že ke čtení knihy bude zapotřebí jisté zběhlosti v matematickém myšlení.

Přistupme nyní k podrobnějšímu popisu obsahu jednotlivých kapitol prvního dílu. První kapitola obsahuje základní definici hry, která se záhy specializuje pro případ, kdy množina strategií (pro oba hráče) je konvexní část konečně-dimensionálního prostoru. Pro tyto hry se pak dokazuje „minimax theorem". Kapitola druhá je věnována popisu množiny optimálních strategií, při čemž pro některé speciální případy jsou uvedeny i metody jejich zjištění. Třetí kapitola je věnována v podstatě maticovým hrám s jedinými optimálními strategiemi, obecněji otázkám dimense množin optimálních strategií. Velmi cenná je kapitola čtvrtá, ve které se podrobněji popisuje řešení několika konkrétních her. Při tom nejde jen o ilustraci obecné teorie; ukazuje se, jak se dá využít specifických zvláštností jednotlivých konkrétních případů k zjednodušení výpočtů. Kapitola pátá se zabývá lineárním programováním. Po krátkém úvodu, který popisuje několik typických problémů, vedoucích k lineárnímu programování, se podává matematická teorie základní teorie lineárního programování. Zavádí se pojem duální úlohy a její ekonomický význam se objasňuje na případu „activity analysis model". Pojem duální úlohy dovoluje pak podat v jednoduchém tvaru hlavní věty matematické teorie. Následující paragraf vysvětluje souvislost lineárního programování a teorie her, načež následuje několik konkrétních případů lineárního programování, z nichž zvláště jmenujme problém toku v sítích a výsledky Forda a Fulkersona. Algoritmy k výpočtu se popisují v kapitole šesté. Krátká kapitola sedmá se zabývá nelineárním programováním. Zajímavé použití Fenchelovy teorie konjugovaných funkcí dovoluje vybudovat i pro tento případ teorii duality. Kapitola osmá a devátá jsou věnovány matematickým metodám pro studium ekonomických modelů. Zatím co kapitola devátá se soustřeďuje spíše na otázky dynamiky a stability, obsahuje kapitola osmá mj. zdařilý výklad matematické problematiky související s Leontievovým modelem; jsou zde uvedeny a dokázány základní věty o nezáporných maticích a příbuzných otázkách.

Jak již bylo řečeno, druhý díl je na prvním zcela nezávislý; v první kapitole se proto znovu podávají základní definice i důkaz (jiný) věty o minimaxu. Zatímco v prvním dílu se většina matematických úvah odehrávala v konečně-dimensionálním prostoru — množiny strategií byly konvexní části Euklidovského prostoru — zabývá se větší část druhého svazku hrami na jednotkovém čtverci. Jest předloženo jádro $K(\xi,\eta)$, kde ξ i η probíhají uzavřený interval $\langle 0, 1 \rangle$, při čemž strategie jsou míry na $\langle 0, 1 \rangle$. Volbě strategie $x(\xi)$ a $y(\eta)$ odpovídá pak číslo $K(x, y) = \int K(\xi, \eta)\, dx(\xi)\, .\, dy(\eta)$. Autor se omezuje na jádra spojitá, což zaručuje platnost minimaxu. Jak patrno, jsou takto zavedené hry na jednotkovém čtverci přímou analogií maticových her; jest však pochopitelné, že nekonečně-dimensionální případ je podstatně složitější. Zatím co v případě maticových her je možno podat dosti ucelenou teorii, je nutno v obecném případě naložit na uvažovaná jádra další omezení, aby se dospělo k uspokojivým výsledkům. Tak např. kapitola třetí je věnována jádrům, která jsou konečně-dimensionální nebo dokonce polynomy. Jiný rozumný druh předpokladů jsou různé požadavky monotonie a konvexity na uvažované jádro. Knihu uzavírá zdařilý výklad některých her, pro které množiny strategií leží ve známých funkcionálních prostorech, ale nedají se zahrnouti do kategorie her na jednotkovém čtverci.

Každá kapitola obou dílů je zakončena několika historickými poznámkami a odkazy na další literaturu a původní práce. Velmi cenné jsou problémy, uvedené na konci každé kapitoly, které umožňují pozornému čtenáři při samostatném řešení hlouběji proniknout do vykládané látky. K problémům jsou na konci knihy shrnuty návody i odpovědi v dostatečném rozsahu. Jen v druhém dílu je návodům k řešení úloh věnováno 40 stran. Obě knihy jsou pěkně vytištěny na kvalitním papíře i pečlivě upraveny.

Vlastimil Pták

K. G. Lockyer: AN INTRODUCTION TO CRITICAL PATH ANALYSIS. (Úvod do metody kritické cesty.) Vydalo nakladatelství I. Pitman & Sons, Londýn 1964. Stran 111, cena 18 s.

Dnes již jistě nikdo nepochybuje o důležitosti a významu objektivních vědeckých metod plánování a řízení, které také postupně pronikají do naší ekonomické teorie i praxe. Poměrně nejlépe známy (a také nejvíce používány) jsou u nás zatím metody lineárního programování; začínají se však uplatňovat i některé jiné užitečné postupy. Mezi ně patří též tzv. „metoda kritické cesty" (Critical Path Method, CPM), která v některých zemích došla během posledních let značné popularity a která se, jak první zkušenosti ukazují, docela dobře hodí i pro určité naše problémy.

Hlavním cílem metody kritické cesty je sledování návaznosti jednotlivých dílčích etap při realizaci velkých a složitých úkolů, stanovení příslušných časových plánů, jejich optimalisace a kontrola jejich plnění. Z ryze matematického hlediska je metoda kritické cesty poměrně elementární: je založena na dosti jednoduchém algoritmu pro nalezení nejdelší cesty v orientovaném grafu jistého druhu. Pochopení této matematické podstaty nevyžaduje speciálních znalostí z matematiky přesahujících úroveň střední školy.

K. G. Lockyer si vzal za úkol vyložit ve své knížce základní myšlenky metody kritické cesty, resp. její nejjednodušší varianty, a to nejen po stránce čistě teoretické, ale také s přihlédnutím k problémům její praktické aplikace. Všímá si tedy též zcela praktických otázek, jako např. vhodného grafického znázornění, uspořádání grafu, možných chyb, a také souvislostí s jinými běžnými metodami jako Ganttovy diagramy, i možností využití metody kritické cesty k různým vedlejším účelům. Poměrně málo pozornosti je tu naproti tomu věnováno odpovídajícímu numerickému algoritmu. Navrhované výpočetní schéma není právě nejvýhodnější ze všech možných, resp. známých. Také perspektiva řešení problému nalezení kritické cesty na samočinném počítači není vzata v úvahu tak důkladně, jak by si nesporně zasloužila dnes, kdy knihovny standardních programů počítačů běžně program pro metodu kritické cesty obsahují. Vcelku se dokonce zdá, že autor poněkud podceňuje možnosti uplatnění metody kritické cesty v případě velmi velikého počtu dílčích etap. Spíše již lze omluviti to, že se autor zabývá jen tou skutečně nejjednodušší variantou metody kritické cesty: to je zřejmě dáno rozsahem i celkovým určením knihy. (V poslední kapitole je ostatně stručně objasněna i základní myšlenka metody PERT.)

S výjimkou několika málo míst, na nichž je výklad poněkud nejasný nebo i ne zcela správný, je celá knížka psána velmi přehledně, čtivě a přístupně. Tvoří tak opravdu velmi vhodný úvod do dané problematiky, z něhož i čtenář bez hlubších matematických a ekonomických znalostí získá dobrou představu o základech metody kritické cesty. Vzhledem k významu této metody by bylo nanejvýš žádoucí uvážit otázku překladu Lockyerovy (nebo jiné podobné) knížky do češtiny.

František Zítek

M. D. Hatton: ELEMENTARY MATHEMATICS FOR SCIENTISTS AND ENGINEERS. (Elementární matematika pro (přírodo-)vědce a inženýry.) Vydalo nakladatelství Pergamon Press, Oxford 1965. Stran 408, cena 21 s.

Z hlediska obvyklé české terminologie neodpovídá obsah knihy jejímu názvu: nejde totiž vůbec o elementární matematiku, ale o základy tzv. vyšší matematiky, tj. diferenciálního a integrálního počtu, v rozsahu odpovídajícím klasickým požadavkům na techniky a přírodovědce. Svědčí o tom i názvy jedenácti kapitol, z nichž se kniha skládá: 1. Derivování. 2. Nekonečné řady. 3. Neurčitý integrál. 4. Určitý integrál. 5. Grafické znázorňování a kuželosečky. 6. Použití integrálního počtu. 7. Polární souřadnice. 8. Křivost. 9. Taylorova řada a aproximace. 10. Komplexní čísla. 11. Diferenciální rovnice a aplikace.

Z autorovy předmluvy se zdá, že kniha je míněna jako učebnice těchto partií matematiky pro studenty techniky a přírodních věd (nematematiky). Lze však míti oprávněné pochyby o tom, zda by se někdo mohl z této knihy matematice naučit bez důkladné cizí pomoci; pro vlastní studium se kniha nijak zvlášť nehodí. Výklad je totiž většinou dosti kusý, často i zcela fundamentální výsledky jsou uváděny bez důkazů a odvození, pojmy jsou zaváděny mnohdy jen kvalitativně, bez zřetele k logickým jemnostem, někdy až povrchně. Svým příliš klasickým pojetím základů vyšší matematiky nemůže dnes již Hattonova kniha jako základní učebnice obstát: i na techniky jsou dnes kladeny mnohem vyšší požadavky.

I když kniha není vhodná ke studiu, může být nicméně docela užitečná jako souhrn hlavních matematických výsledků, vzorců a pouček, stručný přehled matematiky pro opakování, kontrolu před zkouškou apod. K užitečnosti knihy v tomto smyslu přispívá i značný počet cvičení, která jsou v knize uvedena (s řešením na konci knihy) u jednotlivých paragrafů i kapitol.

Celkově velmi dobrý dojem z grafické úpravy knihy zbytečně poněkud kazí nedostatečná kvalita některých obrázků („hrbaté" křivky apod.).

František Zítek

D. E. Rutherford: CLASSICAL MECHANICS. (Klasická mechanika.) 3. vyd. Edinburgh and London: Oliver and Boyd Ltd., New York: Interscience Publishers Inc., 1964. Stran VIII + 206, cena 10 s, 6 d.

Začněme vnějšími znaky. Knížka má formát přibližně 19 × 13 cm (jde asi o Crown 8vo, tj. 7,5 × 5 coulů) a vychází v edici „University Mathematical Texts".

Na 202 stránkách (2 stránky zabírá úvod a další 2 stránky rejstřík), které odpovídají asi našim 10—12 autorským archům, je v podstatě vyložena mechanika hmotných bodů a tuhého tělesa, včetně principů mechaniky. Zmíněná látka je rozvržena do pěti kapitol. V první kapitole na 15 stránkách je vyložena kinematika; hlavní pozornost je věnována úhlové rychlosti, relativnímu pohybu a okamžité ose rotace tuhého tělesa. Druhá kapitola má 28 stránek a nese název „the nature of force". Po uvedení Newtonových zákonů (a mnohoúhelníka sil) a zákonů Keplerových je odvozen zákon gravitační; na výklad navazuje výpočet přitažlivé síly pro několik typických příkladů při spojitě rozložené hmotě (prstenec, kulová slupka, koule). Výklad o „povaze síly" pokračuje studiem sil konservativních s odvozením zákona zachování mechanické energie a na závěr jsou uvažovány i síly tření.

Třetí kapitola je věnována dynamice částice (ve smyslu hmotného bodu). Na 57 stránkách je studován pohyb v přímce, volné i vynucené kmity lineárního harmonického oscilátoru i pravděpodobnost jeho výskytu, šikmý vrh bez odporu i s odporem prostředí a centrální pohyb se specialisací na pohyb planet a problém dvou těles; dále je odvozena Keplerova časová rovnice, pohybová rovnice matematického kyvadla, Meščerského rovnice (i když toto pojmenování není zavedeno) a je krátce vyložena teorie impulsových sil a elementární teorie srážek; na závěr je vyšetřován pohyb Foucaultova kyvadla.

Rozsah čtvrté kapitoly je 58 stránek; pojednává o dynamice tuhého tělesa. Nejprve je studována soustava hmotných bodů, je zaveden pojem hmotného středu a jsou odvozeny věty o hybnosti a momentu hybnosti soustavy, tj. první a druhá věta impulsová. Tyto výsledky jsou pak přeneseny na tuhé těleso. Dále je pojednáno o ekvivalenci silových soustav, o Poinsotově centrální ose a o principu virtuální práce. Následuje výklad o pohybu tuhého tělesa v rovině, teorii malých kmitů, pohybu fysického kyvadla a o stabilitě rovnováhy. Studium vlastností momentů setrvačnosti vzhledem k jednotlivým osám a deviačních momentů, spolu s redukcí na hlavní momenty setrvačnosti a hlavní osy, předchází výkladu o rotačním pohybu setrvačníku; jsou zavedeny Eulerovy úhly, odvozeny Eulerovy dynamické i kinematické rovnice a řešen problém těžkého symetrického setrvačníku.

Závěrečná pátá kapitola nese název „Zobecněné souřadnice" a v podstatě pojednává o Lagrangeově a Hamiltonově teorii. Tato kapitola má 44 stránek. Nejprve je pojednáno o holonomních soustávách, pro něž jsou dále odvozeny Lagrangeovy rovnice II. druhu (i pro impulsové síly). Jsou vyšetřovány vlastnosti Lagrangeovy funkce, odvozeny oba typy prvých integrálů pohybových rovnic a je i zavedena Routhova funkce. Nyní z hlediska Lagrangeova formalismu jsou obecněji studovány malé kmity a zavedeny normální souřadnice a vyšetřovány i podmínky stability. Následuje Hamiltonova teorie, tj. jsou odvozeny Hamiltonovy kanonické rovnice, formulován Hamiltonův princip a odvozena Hamiltonova-Jacobiho rovnice; závěrem je krátce sledována souvislost Hamiltonovy-Jacobiho rovnice se Schrödingerovou rovnicí nerelativistické kvantové mechaniky.

Použití vykládané teorie je ilustrováno asi na 30 propočtených příkladech tištěných petitem a zařazených přímo v textu. Každou kapitolu uzavírají úlohy ke cvičení, u nichž jsou uvedeny i výsledky řešení; těchto příkladů je celkem 108.

Právě uvedený výčet ukazuje, že na 200 stránkách je obsaženo snad vše podstatné z mechaniky hmotných bodů a tuhého tělesa (pochopitelně je tento výrok jen relativního charakteru). U čtenáře autor předpokládá znalost diferenciálního a integrálního počtu, skutečně jen počátků teorie obyčejných diferenciálních rovnic a variačního počtu, základů vektorového počtu a základů mechaniky (z hlediska obecné fysiky). V knize se pochopitelně vyskytnou i partie, k jejichž pochopení uvedený matematický aparát nedostačuje, a pak mají příslušná místa knížky jen informativní charakter (např. v případě Hamiltonovy-Jacobiho rovnice ap.).

V úvodu se autor přiznává, že psal tuto knížku ze stanoviska, že mechanika je částí (branch) aplikované matematiky. I když, zvláště asi u nás v ČSSR, není jasné, co si má pod pojmem aplikovaná matematika představit matematik a co technik, je na této knížce, podle mého soudu, zvláště sympatické, že se autor snaží vysunout do popředí čtenářova zájmu fysikální charakteristiky probírané látky a fysikální přístupy k řešení příslušných problémů. Budí to někdy dojem, že úmyslně je matematická stránka studovaných problémů zatlačována do pozadí, což u knížky tohoto druhu a rozsahu nemusí být na škodu. Matematicky založeného čtenáře totiž studium této knížky „vyprovokuje", aby se buď sám pokusil látku doplnit z matematické stránky, anebo aby prostudoval literaturu fundamentálnějšího charakteru; fysikálně založenému čtenáři dává pak knížka představu o teoretické stránce mechaniky. Jelikož nelze počítat s tím, že prostudováním jedné 200 stránkové učebnice lze získat dostatečně hluboký a široký přehled o příslušném oboru, zdá se mi Rutherfordova knížka právě pro vplynutí do problematiky teoretické mechaniky vhodnou jako úvodní učebnice; zvláště pak i z toho důvodu, že má stále na zřeteli fysikální realitu. (To se projevuje i ve vhodně volených a zajímavých úlohách ke cvičení.).

Pro získání představy o charakteru matematických „prohřešků" si uveďme dva případy: 1) Při řešení pohybu Foucaultova kyvadla autor odvodí známé dvě obyčejné diferenciální rovnice, vůbec se však nepokouší nalézt jejich řešení a prostě příslušné řešení napíše. 2) Při řešení úlohy o hlavních osách tensoru setrvačnosti se jen odvolá na větu z maticového počtu a píše přímo sekulární rovnici.

U knížky tohoto druhu lze pochopitelně polemisovat jak s výběrem, pojetím a uspořádáním látky (např. i s obejitím d'Alembertova principu), tak i s rozsahem jednotlivých partií ap. Pokud jde o drobná „pozastavení se", uvedl bych jako příklady: Při soustavě hmotných bodů jsou vnitřní síly označeny $\vec{F}_{ij}$, vnější pak $\vec{F}_{ii}$ (str. 105). To se mi nezdá vhodné, zvláště když někdy v literatuře se interpretuje $\vec{F}_{ii}$ jako „síla i-tého bodu na i-tý bod" a klade se rovna nule. Na str. 130 při úpravě posledních čtyř řádků by snad bylo jednodušší derivovat podle času (nikoliv tedy podle souřadnice). Na str. 133 se pro moment setrvačnosti užívá vyjádření Mk^2 (kde M je celková hmota), pojmenování pro k jako gyračního poloměru se však zavádí až o 5 stránek později. A podobných připomínek převážně formálního charakteru by bylo více.

Vše, co jsem uvedl v předešlém odstavci, nijak nesnižuje užitečnost této knížky pro značně širokou třídu zájemců o klasickou teoretickou mechaniku.

Jsem přesvědčen, že by nebylo neužitečné, kdybychom měli u nás přehled o celé edici „University Mathematical Texts", jejímiž hlavními vydavateli jsou A. C. Aitken a D. E. Rutherford.

Miroslav Brdička

RELATIVISTIC THEORIES OF GRAVITATION. (Relativistické teorie gravitace.) Akta konference ve Varšavě a Jablonné v červenci 1962. Vydavatel L. Infeld. Pergamon Press Oxford—London—New York—Paris 1964. Stran 379, cena 63 s.

Letošní rok je poněkud přeplněn výročími v souvislosti s teorií relativity. Desátý rok po smrti Alberta Einsteina je šedesátým rokem od vzniku speciální a padesátým od vzniku obecné teorie relativity, je však i desátým rokem její určité renesance, datující se od první konference o relativistických teoriích gravitace v Bernu. Varšavská konference byla již v pořadí čtvrtá.

Sborník obsahuje referáty z této konference, řazené ve sledu, jak byly předneseny. Základ tvoří sedmnáct přednášek z hlavních zasedání, které doplňuje řada příspěvků z odpoledních seminářů. Diskuse se objevují jednak věrně zachyceny za každou přednáškou, jednak jako samostatné rozsáhlejší diskuse, jejichž zajímavost zaručují jména účastníků, Dirac, Feynman, Wheeler, Møller, Infeld a řada dalších.

Mezi tématy referátů vyzdvihl P. G. Bergmann v závěrečné řeči čtyři: problém lokalisace energie a zákonů zachování, experimentální ověření obecné relativity, teorii gravitačního záření a otázky kvantování gravitačního pole. Møller navrhl výraz pro lokalisovanou hustotu gravitační energie, užívající jako základních proměnných tetrád; souvislostí tetrádové formulace gravitační teorie a zákonů zachování se zabýval též Plebański. Současnou situaci v experimentálním ověření shrnul Ginzberg, Schiff referoval o zamýšleném pokusu s gyroskopem umístěným v družici, jehož precese se podle obecné relativity měřitelně liší od předpověděné nerelativistickou teorií. Z oboru teorie gravitačního záření je nejdůležitější přibližné řešení Bondiho a spolupracovníků, popisujících záření z „ostrovního" systému. Gravitačním zářením se zabýval též Sachs a Robinson s Trautmanem.

Snad nejnejasnější a proto nejvíce diskutovanou otázkou je, jak — a zda vůbec — se má gravitační pole kvantovat. V referátech se objevila řada různých přístupů. Feynman se snaží postupovat obdobně jako v kvantové elektrodynamice metodou poruchového počtu. Jiné směry jsou zastoupeny příspěvky Mandelstama, De Witta a Lichnerowicze.

Kromě těchto témat se objevila v referátech ovšem řada dalších, kosmologické otázky, Machův princip, ve Wheelerově pojetí jako krajová podmínka atd. Neobjevila se otázka unitárních teorií, což odpovídá sníženému zájmu o ně v posledních letech.

Kniha poskytuje velmi dobrý přehled o současných směrech práce v obecné relativitě a obzvláště četba diskusí velmi dobře osvětlí její problematiku. Dvě fotografické přílohy a úryvek ze hry, předváděné na závěrečné recepci ilustrují ovzduší konference.

Jiří Langer

В. В. Болотин, И. И. Гольденблат, А. Ф. Смирнов: СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ. (Současné problémy stavební mechaniky.) Izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu, Moskva, 1964.131 str., 2 obr., četná literatura. Cena 48 kop.

Kniha známých sovětských odborníků ve stavební mechanice přináší přehled současného stavu tohoto velmi důležitého vědního oboru jakož i perspektivy jejího dalšího vývoje. Publikace se dělí na čtyři kapitoly.

První kapitola se zabývá výpočtem konstrukcí podle teorie mezních stavů. Nejdřív je podán přehled o současném stavu teorie plasticity a poté se vysvětluje nový termodynamický přístup k analýze deformací. Teorie ideálně plastických těles je v praxi nejvíce používána při výpočtu podle mezních stavů a u konstrukcí minimální váhy. Podává se zde přehled úloh o mezních stavech prutových soustav, desek i skořepin, konstrukcí zatížených rázem a konečně i konstrukcí, jejichž materiál se dotvaruje.

Druhá kapitola pojednává o dynamicky zatížených konstrukcích. Nejdřív jsou analyzovány dnes již klasické úlohy o spektru vlastního kmitání pružných soustav. Poté se probírají úlohy o vlivu periodických, tlumících a impulsivních sil na stavební a jiné konstrukce. Dále jsou naznačeny i nové problémy konstrukcí, které spolupůsobí s obtékající kapalinou nebo plynem. Parametrické kmitání pružných soustav je v závěru této kapitoly probráno zejména v souvislosti s dynamickou stabilitou.

Užitím statistických metod ve stavební mechanice se zabývá třetí kapitola. Autoři si zde všímají teorie bezpečnosti konstrukcí, statistické teorie deformací a porušení těles i užití statistických metod k problémům stability. Poté se analyzují úkoly o kmitání pružných soustav při nahodilém zatížení a to zvláště užití korelačních metod a teorie Markovských procesů. V závěru se pak pojednává o problému kumulace poškození při nahodilém zatížení a o užití statistických metod u konstrukcí namáhaných seismicky.

Poslední, čtvrtá kapitola se zabývá užitím samočinných počítačů k výpočtům stavebních konstrukcí. Je zde přehled úloh o výpočtu prutových soustav, desek a skořepin, které se řešily na samočinném počítači, jakož i analýza problému o výběru optimálních konstrukcí.

Tato kniha podává přehled o úlohách, které se ve světě v současné době řeší v oboru stavební mechaniky. Přitom se tento vědní obor chápe v co nejširším smyslu, takže popisované problémy se mohou aplikovat nejen na stavební konstrukce, ale i na strojní, letecké, lodní, energetické apod.

Stavební mechanika prožívá v posledních letech mocný rozmach, což je hlavně zásluhou teorie mezních stavů, intenzívním studiem stochastických procesů a v neposlední míře i zaváděním samočinných počítačů do výzkumné i projekční práce. Pro vědecké a výzkumné pracovníky je proto tato kniha velmi cenná a potřebná, protože jim pomůže orientovat se na nejprogresivnější obory, metody i úlohy stavební mechaniky.

Výklad autorů je velmi jasný, avšak v některých partiích pouze popisný. Neškodilo by, kdyby základní úlohy některých problémů byly formulovány i matematicky. Velmi cenný je bohatý soupis světové literatury o pojednávaných problémech. Výklad samozřejmě nemůže být vyčerpávající (chybí zde např. rozbor prací o tenkostěnných konstrukcích, o šíření pružných vln, o termálních napětích, o experimentálních metodách aj. obory). Ale zásluhou autorů je, že dali stručnou formou nástin dalšího rozvoje celé stavební mechaniky. A tímto perspektivním směrem je studium konstrukcí, které jsou namáhány novými druhy zatížení a jež pracují za nových, dosud nesledovaných podmínek.

Ladislav Frýba