

Aplikace matematiky

Daniel Mayer; Stanislav Kořínek; Josef Kůs

Částečná analýza elektrických obvodů pomocí samočinného číslicového počítače

Aplikace matematiky, Vol. 11 (1966), No. 1, 10–(24c),25

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102997>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1966

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ČÁSTEČNÁ ANALÝSA ELEKTRICKÝCH OBVODŮ POMOCÍ SAMOČINNÉHO ČÍSLICOVÉHO POČÍTAČE

DANIEL MAYER, STANISLAV KOŘÍNEK, JOSEF KŮS

(Došlo dne 15. prosince 1964.)

1. ÚVOD

Navážeme na teorii lineárních elektrických obvodů založenou na užití maticového počtu, uvedenou v knize [1] a zejména na náš článek [2], v němž byl popsán způsob analýsy elektrických obvodů pomocí samočinného číslicového počítače. V tomto článku jsme měli na zřeteli případ určení proudů ve všech větvích řešeného obvodu a určení napětí na všech těchto větvích. Při technických aplikacích nás však v mnoha případech zajímají jen proudy a napětí na některých větvích uvažovaného obvodu. Určení těchto veličin, při dané topologické a fyzikální struktuře obvodu, nazveme jeho částečnou analýsou.

V tomto článku popíšeme maticovou metodu této částečné analýsy obvodu, z níž vyplyne algoritmus pro sestavení programu pro samočinný číslicový počítač. Od strojového výpočtu budeme opět požadovat „kompletnost“, jak je uvedeno v úvodu článku [2]. Ve smyslu tohoto článku zde budeme mít na zřeteli jen úplný elektrický obvod. Zobecnění i na elektrické obvody napájené v uzlech nevede k zásadním obtížím.

Částečná analýsa je z hlediska numerického výpočtu v mnoha případech podstatně jednodušší, než určení všech větvových proudů a napětí; zjednodušení se projeví tím výrazněji, čím bude silnější nerovnost mezi počtem uvažovaných větví a počtem všech větví daného obvodu. Opakovaným užitím metody částečné analýsy lze určit všechny větvové proudy a napětí daného obvodu. Tohoto postupu lze užít např. tehdy, když paměťová kapacita počítače nepostačuje k provedení analýsy podle [2].

2. METODA ČÁSTEČNÉ ANALÝSY ELEKTRICKÝCH OBVODŮ

Analýzovaný obvod nechť obsahuje l větví a úplný systém n nezávislých smyček. Zajímají nás pouze proudy a napětí v prvých l' větvích; tyto větve incidují s n' nezávislými smyčkami, přičemž $l' < l$, $n' < n$. Všem větvím daného obvodu přiřadíme

index i ($i = 1, 2, \dots, l$) a smyčkám index j ($j = 1, 2, \dots, n$), přičemž nejprve číslujeme l' sledovaných větví a n' s nimi incidujících smyček.

Obvod orientujeme a obvyklým způsobem (viz např. [1], [2]) nalezneme druhou transformační matici $\mathbf{C}(l; n)$, dále sestavíme matice $\mathbf{E}(l; 1)$, $\mathbf{Z}(l)$ a provedeme jejich transformace

$$(1) \quad \mathbf{E}'(n; 1) = {}^t\mathbf{C}(n; l) \mathbf{E}(l; 1), \quad \mathbf{Z}'(n) = {}^t\mathbf{C}(n; l) \mathbf{Z}(l) \mathbf{C}(l; n).$$

Smyčkovou rovnici obvodu

$$(2) \quad \mathbf{E}' = \mathbf{Z}' \mathbf{I}'$$

rozdělíme na submatice

$$(3) \quad \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{E}'_1(\bar{n}; 1) \\ \hline \mathbf{E}'_2(\bar{n}; 1) \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{Z}'_{11}(\bar{n}) & \mathbf{Z}'_{12}(\bar{n}; \bar{n}) \\ \hline \mathbf{Z}'_{21}(\bar{n}; \bar{n}) & \mathbf{Z}'_{22}(\bar{n}) \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{I}'_1(\bar{n}; 1) \\ \hline \mathbf{I}'_2(\bar{n}; 1) \\ \hline \end{array},$$

kde

$$\bar{n} = n', \quad \bar{\bar{n}} = n - n',$$

což lze vyjádřit jako soustavu dvou maticových rovnic

$$(4) \quad \begin{aligned} \mathbf{E}'_1 &= \mathbf{Z}'_{11} \mathbf{I}'_1 + \mathbf{Z}'_{12} \mathbf{I}'_2, \\ \mathbf{E}'_2 &= \mathbf{Z}'_{21} \mathbf{I}'_1 + \mathbf{Z}'_{22} \mathbf{I}'_2. \end{aligned}$$

Přitom předpokládejme, že matice \mathbf{Z}'_{22} je regulární. Jednoduchou úpravou rovnic (4) nalézáme

$$(5) \quad \mathbf{E}_{R1} = \mathbf{Z}_{R1} \mathbf{I}'_1,$$

z čehož

$$(6) \quad \mathbf{I}'_1 = \mathbf{Z}_{R1}^{-1} \mathbf{E}_{R1},$$

kde

$$(7) \quad \mathbf{E}_{R1} = \mathbf{E}'_1 - \mathbf{Z}'_{12} \mathbf{Y}'_{22} \mathbf{E}'_2, \quad \mathbf{Z}_{R1} = \mathbf{Z}'_{11} - \mathbf{Z}'_{12} \mathbf{Y}'_{22} \mathbf{Z}'_{21}.$$

Dále vyjádříme transformační matici \mathbf{C} a matici větвовých proudů \mathbf{I} jako matice rozdělené,

$$(8) \quad \mathbf{C}(l; n) = \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{C}_{11}(l; \bar{n}) & \mathbf{C}_{12}(l; \bar{\bar{n}}) \\ \hline \mathbf{C}_{21}(l; \bar{n}) & \mathbf{C}_{22}(l; \bar{\bar{n}}) \\ \hline \end{array},$$

$$(9) \quad \mathbf{I}(l; 1) = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{I}_1(l; 1) \\ \hline \mathbf{I}_2(\bar{l}; 1) \\ \hline \end{array},$$

kde

$$l = l', \quad \bar{l} = l - l'.$$

Submatice \mathbf{C}_{12} má prvky vesměs nulové, neboť žádná z \bar{l} větví (jejichž proudy a napětí nás nezajímají) neinciduje s \bar{n} smyčkami. Submatice \mathbf{I}_1 , jejíž prvky jsou hledané proudy v l větvích, je pak

$$(10) \quad \mathbf{I}_1 = \mathbf{C}_1 \mathbf{I}'_1.$$

Pro výpočet napětí na uvažovaných l větvích předpokládáme, že žádná z těchto l větví není induktivně vázána s některou ze zbývajících \bar{l} větví obvodu. Rozdělíme-li matice větvových veličin \mathbf{U} , \mathbf{Z} , \mathbf{E} na submatice

$$(11) \quad \mathbf{U} = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{U}_1(l; 1) \\ \hline \mathbf{U}_2(\bar{l}; 1) \\ \hline \end{array},$$

$$(12) \quad \mathbf{Z} = \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{Z}_{11}(l) & \mathbf{Z}_{12}(l; \bar{l}) \\ \hline \mathbf{Z}_{21}(\bar{l}; l) & \mathbf{Z}_{22}(\bar{l}) \\ \hline \end{array},$$

$$(13) \quad \mathbf{E} = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{E}_1(l; 1) \\ \hline \mathbf{E}_2(\bar{l}; 1) \\ \hline \end{array},$$

mají submatice \mathbf{Z}_{12} a \mathbf{Z}_{21} prvky vesměs nulové a submatice \mathbf{U}_1 , jejíž prvky jsou hledaná napětí na l větvích, je

$$(14) \quad \mathbf{U}_1 = \mathbf{Z}_{11} \mathbf{I}_1 - \mathbf{E}_1.$$

3. ALGORITMUS ČÁSTEČNÉ ANALYSY ELEKTRICKÝCH OBVODŮ

Matice fyzikálních veličin obvodu jsou vesměs komplexní. Aby uvedené matematické operace byly programovatelné pomocí standartních podprogramů, je nutno vyjádřit částečnou analýsu obvodu operacemi s reálnými maticemi (viz [2]). Vstupními hodnotami budou reálné submatice rozdělených matic

$$(15) \quad \mathbf{C} = \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{C}_{11} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{C}_{21} & \mathbf{C}_{22} \\ \hline \end{array},$$

$$(16) \quad \mathbf{E} = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{E}_{1r} \\ \hline \mathbf{E}_{2r} \\ \hline \end{array} + j \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{E}_{1i} \\ \hline \mathbf{E}_{2i} \\ \hline \end{array},$$

$$(17) \quad \mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\mathbf{X} = \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{R}_{11} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{R}_{22} \\ \hline \end{array} + j \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} \\ \hline \mathbf{X}_{21} & \mathbf{X}_{22} \\ \hline \end{array}.$$

Použitím podprogramů pro násobení maticí \mathbf{C} zleva a pro transposici matice určíme

$$(18) \quad \mathbf{E}' = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{E}'_{1r} \\ \hline \mathbf{E}'_{2r} \\ \hline \end{array} + j \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{E}'_{1i} \\ \hline \mathbf{E}'_{2i} \\ \hline \end{array},$$

totiž

$$(19) \quad \begin{aligned} \mathbf{E}'_{1r} &= {}^t\mathbf{C}_{11}\mathbf{E}_{1r} + {}^t\mathbf{C}_{21}\mathbf{E}_{2r}, & \mathbf{E}'_{2r} &= {}^t\mathbf{C}_{22}\mathbf{E}_{2r}, \\ \mathbf{E}'_{1i} &= {}^t\mathbf{C}_{11}\mathbf{E}_{1i} + {}^t\mathbf{C}_{21}\mathbf{E}_{2i}, & \mathbf{E}'_{2i} &= {}^t\mathbf{C}_{22}\mathbf{E}_{2i}. \end{aligned}$$

Použitím podprogramů pro násobení maticí \mathbf{C} zprava i zleva vypočítáme matici

$$(20) \quad \mathbf{Z}' = \mathbf{R}' + j\mathbf{X}' = \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{R}'_{11} & \mathbf{R}'_{12} \\ \hline \mathbf{R}'_{21} & \mathbf{R}'_{22} \\ \hline \end{array} + j \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{X}'_{11} & \mathbf{X}'_{12} \\ \hline \mathbf{X}'_{21} & \mathbf{X}'_{22} \\ \hline \end{array},$$

totiž

$$(21) \quad \begin{aligned} R'_{11} &= {}^t C_{11} R_{11} C_{11} + {}^t C_{21} R_{22} C_{21}, \\ R'_{12} &= {}^t C_{21} R_{22} C_{22}, \\ R'_{21} &= {}^t C_{22} R_{22} C_{21}, \\ R'_{22} &= {}^t C_{22} R_{22} C_{22}, \end{aligned}$$

$$(22) \quad \begin{aligned} X'_{11} &= {}^t C_{11} X_{11} C_{11} + {}^t C_{21} X_{21} C_{11} + {}^t C_{11} X_{12} C_{21} + {}^t C_{21} X_{22} C_{21}, \\ X'_{12} &= {}^t C_{11} X_{12} C_{22} + {}^t C_{21} X_{22} C_{22}, \\ X'_{21} &= {}^t C_{22} X_{21} C_{11} + {}^t C_{22} X_{22} C_{21}, \\ X'_{22} &= {}^t C_{22} X_{22} C_{22}. \end{aligned}$$

Pomocí podprogramů pro součet, součin a inverzi vypočítáme

$$(23) \quad Z'_{22}{}^{-1} = Y'_{22} = G'_{22} + jB'_{22},$$

kde

$$(24) \quad G'_{22} = (R'_{22} + X'_{22} R'_{22}{}^{-1} X'_{22})^{-1}, \quad B'_{22} = -R'_{22}{}^{-1} X'_{22} G'_{22}$$

a z toho jednak matici

$$(25) \quad Z_{R1} = R_{R1} + jX_{R1},$$

kde

$$(26) \quad \begin{aligned} R_{R1} &= R'_{11} - (R'_{12} G'_{22} - X'_{12} B'_{22}) R'_{21} + (X'_{12} G'_{22} + R'_{12} B'_{22}) X'_{21}, \\ X_{R1} &= X'_{11} - (X'_{12} G'_{22} + R'_{12} B'_{22}) R'_{21} - (R'_{12} G'_{22} - X'_{12} B'_{22}) X'_{21}, \end{aligned}$$

jednak matici

$$(27) \quad E_{R1} = E_{R1r} + jE_{R1i},$$

kde

$$(28) \quad \begin{aligned} E_{R1r} &= E'_{1r} - (R'_{12} G'_{22} - X'_{12} B'_{22}) E'_{2r} + (X'_{12} G'_{22} + R'_{12} B'_{22}) E'_{2i}, \\ E_{R1i} &= E'_{1i} - (R'_{12} G'_{22} - X'_{12} B'_{22}) E'_{2i} - (X'_{12} G'_{22} + R'_{12} B'_{22}) E'_{2r}, \end{aligned}$$

a dále matici

$$(29) \quad \mathbf{I}'_1 = \mathbf{I}'_{1r} + j\mathbf{I}'_{1i},$$

kde

$$(30) \quad \mathbf{I}'_{1r} = \mathbf{G}_{R1}\mathbf{E}_{R1r} - \mathbf{B}_{R1}\mathbf{E}_{R1i},$$

$$\mathbf{I}'_{1i} = \mathbf{B}_{R1}\mathbf{E}_{R1r} + \mathbf{G}_{R1}\mathbf{E}_{R1i},$$

přičemž

$$(31) \quad \mathbf{G}_{R1} = (\mathbf{R}_{R1} + \mathbf{X}_{R1}\mathbf{R}_{R1}^{-1}\mathbf{X}_{R1})^{-1},$$

$$\mathbf{B}_{R1} = -\mathbf{R}_{R1}^{-1}\mathbf{X}_{R1}\mathbf{G}_{R1}.$$

Posléze pomocí podprogramu pro násobení maticí \mathbf{C} zleva určíme matici hledaných větvových proudů

$$(32) \quad \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{1r} + j\mathbf{I}_{1i},$$

kde

$$(33) \quad \mathbf{I}_{1r} = \mathbf{C}_{11}\mathbf{I}'_{1r}, \quad \mathbf{I}_{1i} = \mathbf{C}_{11}\mathbf{I}'_{1i}.$$

Má-li matice \mathbf{Z}_{12} prvky vesměs nulové, lze snadno určit napětí na uvažovaných větvích, a to pomocí podprogramů pro součin a součet matic

$$(34) \quad \mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_{1r} + j\mathbf{U}_{1i},$$

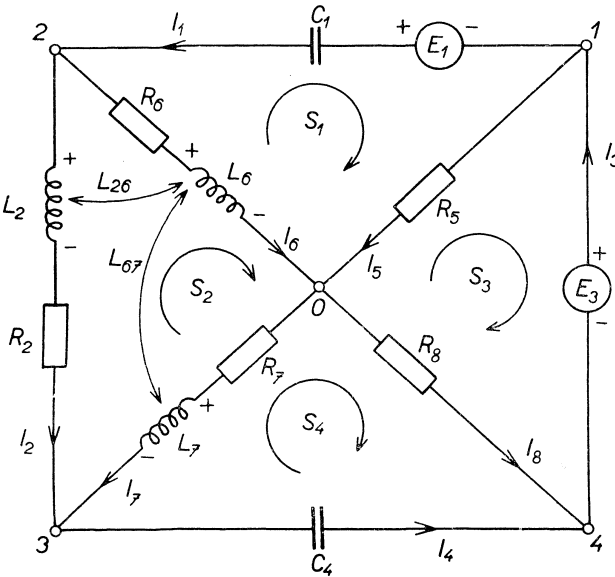
kde

$$(35) \quad \mathbf{U}_{1r} = \mathbf{R}\mathbf{I}_{1r} - \mathbf{X}\mathbf{I}_{1i} - \mathbf{E}_{1r}, \quad \mathbf{U}_{1i} = \mathbf{R}\mathbf{I}_{1i} + \mathbf{X}\mathbf{I}_{1r} - \mathbf{E}_{1i}.$$

Uvedený výpočet platí ovšem jen za předpokladu, že veškeré invertované matice jsou regulární. Podrobněji si všimněme matice \mathbf{R}'_{22} , která při nevhodném zanedbání některých větvových odporů může snadno přejít na matici singulární. Existuje-li totiž v \bar{l} větvích (tj. ve větvích, jejichž proudy nás nezajímají) alespoň jediná smyčka neobsahující odpor, je \mathbf{R}'_{22} maticí singulární a to i tehdy, když jsme zvolili takový systém \bar{n} nezávislých smyček, v němž každá obsahuje odpor. Lineární kombinací těchto smyček – čemuž odpovídají řádkové a sloupcové úpravy determinantu $|\mathbf{R}'_{22}|$ – lze totiž přejít na smyčku s nulovým odporem a tedy determinant $|\mathbf{R}'_{22}|$ má hodnotu $h < \bar{n}$. Tuto okolnost nutno mít na zřeteli při ohodnocování řešeného obvodu: v každé větvi (a tedy i smyčce) skutečného obvodu je odpor, avšak mnohdy je jeho hodnota vůči reaktanci této větve zanedbatelná. Zanedbat lze však jen odpory v takových větvích, aby nevznikla ani jediná smyčka neobsahující odpor.

4. ČÍSELNÝ PŘÍKLAD

Uvedeme hlavní výpočtové operace částečné analýzy elektrického obvodu podle obr. 1, přičemž nás zajímají pouze proudy I_1 a I_2 . Pro uvažovaný obvod je $l = 8$, $l' = 2$, $n = 4$, $n' = 2$; hodnoty parametrů obvodu jsou: $E_1 = 100 + j100$ V,



- $E_3 = 100 + j100$ V,
- $1/\omega C_1 = 50 \Omega$,
- $\omega L_2 = 200 \Omega$,
- $R_2 = 25 \Omega$,
- $1/\omega C_4 = 100 \Omega$,
- $R_5 = 10 \Omega$,
- $R_6 = 10 \Omega$,
- $\omega L_6 = 500 \Omega$,
- $\omega L_7 = 1000 \Omega$,
- $R_7 = 100 \Omega$,
- $R_8 = 50 \Omega$,
- $\omega L_{26} = 50 \Omega$,
- $\omega L_{67} = 100 \Omega$.

Obvod orientujeme a zavedeme úplný systém nezávislých smyček. (Pro větší přehlednost nebudeme vypisovat nulové prvky matic.) Sestrojíme transformační matici C , matici větrových

Obr. 1. Elektrický obvod k číselnému příkladu.

elektromotorických sil a matici větrových impedancí. Jejich submatice, podle rovnic (8), (12), (13), (16), (17), jsou:

$$C_{11} = \begin{bmatrix} -1 & \\ & -1 \end{bmatrix}, \quad C_{12} = 0, \quad C_{21} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ 1 & & & \\ -1 & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & \end{bmatrix}, \quad C_{22} = \begin{bmatrix} -1 & & & \\ & & -1 & \\ -1 & & & \\ & & & \\ & & & -1 \\ -1 & & & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}_{1r} = \begin{bmatrix} 100 \\ \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_{1i} = \begin{bmatrix} 100 \\ \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_{2r} = \begin{bmatrix} 100 \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_{2i} = \begin{bmatrix} 100 \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{11} = \begin{bmatrix} & \\ & 25 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{22} = \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & 10 & & \\ & & & 10 & \\ & & & & 100 \\ & & & & 50 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_{11} = \begin{bmatrix} -50 & \\ & 200 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}_{12} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & 50 & & \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}_{21} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & 50 & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_{22} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & -100 & & & \\ & & & & & \\ & & & & 500 & 100 \\ & & & & 100 & 1000 \\ & & & & & \end{bmatrix}.$$

Submatice smyčkových elektromotorických sil a smyčkových impedancí, podle rov. (18) až (22)

$$\mathbf{E}'_{1r} = \mathbf{E}'_{2r} = \mathbf{E}'_{1i} = \mathbf{E}'_{2i} = \begin{bmatrix} -100 \\ \\ \\ \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}'_{11} = \begin{bmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 135 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}'_{12} = \begin{bmatrix} -10 & \\ & -100 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}'_{21} = \begin{bmatrix} -10 & \\ & -100 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}'_{22} = \begin{bmatrix} 60 & -50 \\ -50 & 150 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}'_{11} = \begin{bmatrix} 450 & -550 \\ -550 & 1800 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}'_{12} = \begin{bmatrix} & 100 \\ & -1100 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}'_{21} = \begin{bmatrix} & \\ 100 & -1100 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}'_{22} = \begin{bmatrix} & \\ & 900 \end{bmatrix}.$$

Reálná a imaginární složka inverzní submatice $\mathbf{Y}'_{22} = \mathbf{G}'_{22} + j\mathbf{B}'_{22}$ je, podle rovnic (24),

$$\mathbf{G}'_{22} = \begin{array}{|c|c|} \hline 167,582 & 1,09862 \\ \hline 1,09862 & 1,31835 \\ \hline \end{array} \cdot 10^{-4}, \quad \mathbf{B}'_{22} = \begin{array}{|c|c|} \hline -7,60585 & -9,12702 \\ \hline -9,12702 & -10,9524 \\ \hline \end{array} \cdot 10^{-4},$$

obě složky matice $\mathbf{Z}_{R1} = \mathbf{R}_{R1} + j\mathbf{X}_{R1}$ jsou, podle rov. (26),

$$\mathbf{R}_{R1} = \begin{array}{|c|c|} \hline 21,4679 & -23,6990 \\ \hline -23,6990 & 52,2484 \\ \hline \end{array}, \quad \mathbf{X}_{R1} = \begin{array}{|c|c|} \hline 439,343 & -428,501 \\ \hline -428,501 & 456,706 \\ \hline \end{array},$$

a obě složky matice $\mathbf{E}_{R1} = \mathbf{E}_{R1r} + j\mathbf{E}_{R1i}$ jsou, podle rov. (28),

$$\mathbf{E}_{R1r} = \begin{array}{|c|} \hline -109,490 \\ \hline -98,5380 \\ \hline \end{array}, \quad \mathbf{E}_{R1i} = \begin{array}{|c|} \hline -105,772 \\ \hline -104,454 \\ \hline \end{array}.$$

Podle rov. (30), (31) vypočítáme reálnou a imaginární složku submatice větvových proudů $\mathbf{I}'_1 = \mathbf{I}'_{1r} + j\mathbf{I}'_{1i}$,

$$\mathbf{I}'_{1r} = \begin{array}{|c|} \hline -6,20996 \\ \hline -6,11381 \\ \hline \end{array}, \quad \mathbf{I}'_{1i} = \begin{array}{|c|} \hline 1,39096 \\ \hline 1,14362 \\ \hline \end{array},$$

a posléze, pomocí rov. (33), obě složky submatice větvových proudů $\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{1r} + j\mathbf{I}_{1i}$,

$$(*) \quad \mathbf{I}_{1r} = \begin{array}{|c|} \hline 6,20996 \\ \hline 6,11381 \\ \hline \end{array}, \quad \mathbf{I}_{1i} = \begin{array}{|c|} \hline -1,39096 \\ \hline -1,14362 \\ \hline \end{array}.$$

Jako kontrola výpočtu byla provedena kompletní analýza uvažovaného elektrického obvodu, a to podle programu uvedeného v článku [2]. Hodnoty větvových proudů I_1 a I_2 se zcela shodovaly s výsledky (*).

5. SYMBOLICKÝ PROGRAM PRO ČÁSTEČNOU ANALYSU ELEKTRICKÉHO OBVODU

K výpočtu byl použit univerzální interpretační program 803 M 104 (M 4), který je součástí knihovny standartních programů počítače Elliott 803.

Výpočtový postup je analogický postupu při úplné analýze elektrického obvodu [2]. V programu se nevyskytují žádná logická větvení. Maticové operace následují za sebou podle algoritmu částečné analýzy, popsaného v kapitole 3. Symbolický program je uveden na tab. 1.

Z hlediska programátora je důležité, jakým způsobem je provedeno rozdělení informací v paměti počítače (tab. 2). Proměnné $X1$ až $X21$ představují adresy prvních prvků příslušných matic, proměnné \bar{n} , \bar{n} , \bar{l} , \bar{l} pak rozměry matic. V symbolickém programu jsou tyto rozměry matic značeny proměnnými $Y1$, $Y2$, $Y3$, $Y4$ podle následujícího přiřazení:

$$Y1 \sim l, \quad Y2 \sim \bar{l}, \quad Y3 \sim \bar{n}, \quad Y4 \sim \bar{n}.$$

Programátor musí při použití uvedeného programu určit jednak proměnné $X1$ až $X21$ tak, aby se jednotlivé matice v průběhu výpočtu v paměti počítače nepřekrývaly, a dále proměnné $Y1$ až $Y4$, a to podle použitého rozdělení matic. Tím si programátor zároveň ověří, zda je kapacita paměti počítače postačující pro provedení částečné analýzy řešeného obvodu.

Matice se ukládají do paměti postupně tak, jak za sebou následují v tab. 2. Tabulku přitom čteme běžným způsobem po řádcích zleva doprava.

Z tabulky 2 např. vidíme, že pro $\bar{n} + \bar{n} < l$ (resp. \bar{l}) musí být první prvek matice X'_{11} (adresa $X5$) umístěn o l^2 (resp. \bar{l}^2) prvků dále proti prvku adresy $X1$. Kdyby byl první prvek matice X'_{11} blíže, došlo by při výpočtu k překrytí a tedy zničení některých prvků matice X'_{11} , kdyby byl uložen ve větší vzdálenosti, zůstanou některé paměťové buňky nevyužity, a výpočet bude probíhat správně.

Na tab. 3 je patrný způsob zavedení vstupních hodnot do počítače. Jsou to hodnoty pro příklad, uvedený v kap. 4. (První prvek má adresu 205, protože prvních 204 buněk paměti je obsazeno programem.)

Při vlastním výpočtu podle tohoto programu je třeba, aby programátor byl seznámen s universálním programem M 104 (M 4) a řídil se pokyny vztahujícími se na tento program. (Řízení z pultu, indikace chyb atd.)

6. ZÁVĚR

Byl popsán algoritmus částečné analýzy elektrického obvodu maticovým počtem, se zřetelem na výpočet na samočinném počítači. Na základě tohoto algoritmu byl sestaven symbolický program pro počítač National Elliott 803 a to na základě standardního interpretačního programu 803 M4.

Tab. 1

Symbolický program:

Prováděná maticová operace:

R(X21)	čti I	
R(X15, Y1 . Y3)	čti C_{11}	
R(X16, Y2 . Y3)	čti C_{21}	
R(X17, Y2 . Y4)	čti C_{22}	
(X15, Y1 . Y3)' @ (X18)	${}^t C_{11}$	} Transpose submatic matice C
(X16, Y2 . Y3)' @ (X19)	${}^t C_{21}$	
(X17, Y2 . Y4)' @ (X20)	${}^t C_{22}$	
R(X11, Y1/)	čti R_{11}	
R(X12, Y2/)	čti R_{22}	
R(X1, Y1 . Y1)	čti X_{11}	} Čtení a transformace submatic matice X
(X1, Y1, Y1) * (X15, Y1 . Y3) @ (X9)	$X_{11} C_{11}$	
(X18, Y3, Y1) * (X9, Y1 . Y3) @ (X5)	${}^t C_{11} X_{11} C_{11}$	
R(X1, Y2 . Y1)	čti X_{21}	
(X1, Y2, Y1) * (X15, Y1 . Y3) @ (X9)	$X_{21} C_{11}$	
(X20, Y4 . Y2) * (X9, Y2 . Y3) @ (X7)	${}^t C_{22} X_{21} C_{11}$	
(X19, Y3 . Y2) * (X9, Y2 . Y3) @ (X10)	${}^t C_{21} X_{21} C_{11}$	
(X10, Y3 . Y3) + (X5, Y3 . Y3) @ (X5)	${}^t C_{21} X_{21} C_{11} + {}^t C_{11} X_{11} C_{11}$	
R(X1, Y1 . Y2)	čti X_{12}	
(X18, Y3 . Y1) * (X1, Y1 . Y2) @ (X9)	${}^t C_{11} X_{12}$	
(X9, Y3 . Y2) * (X17, Y2 . Y4) @ (X6)	${}^t C_{11} X_{12} C_{22}$	
(X9, Y3 . Y2) * (X16, Y2 . Y3) @ (X10)	${}^t C_{11} X_{12} C_{21}$	
(X10, Y3 . Y3) + (X5, Y3 . Y3) @ (X5)	${}^t C_{11} X_{12} C_{21} + {}^t C_{21} X_{21} C_{11} +$ $+ {}^t C_{11} X_{11} C_{11}$	
R(X1, Y2 . Y2)	čti X_{22}	
(X1, Y2, Y2) * (X16, Y2 . Y3) @ (X9)	$X_{22} C_{21}$	
(X19, Y3 . Y2) * (X9, Y2 . Y3) @ (X10)	${}^t C_{21} X_{22} C_{21}$	
(X10, Y3 . Y3) + (X5, Y3 . Y3) @ (X5)	${}^t C_{21} X_{22} C_{21} + {}^t C_{11} X_{12} C_{21} +$ $+ {}^t C_{21} X_{21} C_{11} + {}^t C_{11} X_{11} C_{11} = X'_{11}$	
(X20, Y4 . Y2) * (X9, Y2 . Y3) @ (X10)	${}^t C_{22} X_{22} C_{21}$	
(X10, Y4 . Y3) + (X7, Y4 . Y3) @ (X7)	${}^t C_{22} X_{22} C_{21} + {}^t C_{22} X_{21} C_{11} = X'_{21}$	
(X1, Y2 . Y2) * (X17, Y2 . Y4) @ (X9)	$X_{22} C_{22}$	
(X20, Y4 . Y2) * (X9, Y2 . Y4) @ (X8)	${}^t C_{22} X_{22} C_{22} = X'_{22}$	
(X19, Y3 . Y2) * (X9, Y2 . Y4) @ (X10)	${}^t C_{21} X_{22} C_{22}$	
(X10, Y3 . Y4) + (X6, Y3 . Y4) @ (X6)	${}^t C_{21} X_{22} C_{22} + {}^t C_{11} X_{12} C_{22} = X'_{12}$	
(X11, Y1/) * (X15, Y1 . Y3) @ (X9)	$R_{11} C_{11}$	} Čtení a trans- formace submatic matice R
(X18, Y3 . Y1) * (X9, Y1 . Y3) @ (X1)	${}^t C_{11} R_{11} C_{11}$	
(X12, Y2/) * (X17, Y2 . Y4) @ (X9)	$R_{22} C_{22}$	
(X19, Y3 . Y2) * (X9, Y2 . Y4) @ (X2)	${}^t C_{21} R_{22} C_{22} = R'_{12}$	
(X20, Y4 . Y2) * (X9, Y2 . Y4) @ (X4)	${}^t C_{22} R_{22} C_{22} = R'_{22}$	
(X12, Y2/) * (X16, Y2 . Y3) @ (X9)	$R_{22} C_{21}$	
(X20, Y4 . Y2) * (X9, Y2 . Y3) @ (X3)	${}^t C_{22} R_{22} C_{21} = R'_{21}$	
(X19, Y3 . Y2) * (X9, Y2 . Y3) @ (X10)	${}^t C_{21} R_{22} C_{21}$	
(X10, Y3 . Y3) + (X1, Y3 . Y3) @ (X1)	${}^t C_{21} R_{22} C_{21} + {}^t C_{11} R_{11} C_{11} = R'_{11}$	

Tab. 1 (pokrač.)

Symbolický program:	Prováděná maticová operace:	
C(X4, Y4 . Y4) @ (X10)	přesun R'_{22}	} Výpočet matic G'_{22}, B'_{22}
(X10, Y4 . Y4) : (X21) @ (X9)	$R'_{22}{}^{-1}$	
(X9, Y4 . Y4) * (X8, Y4 . Y4) @ (X10)	$R'_{22}{}^{-1}X'_{22}$	
(X8, Y4 . Y4) * (X10, Y4 . Y4) @ (X9)	$X'_{22}R'_{22}{}^{-1}X'_{22}$	
(X4, Y4 . Y4) + (X9, Y4 . Y4) @ (X8)	$R'_{22} + X'_{22}R'_{22}{}^{-1}X'_{22}$	
(X8, Y4 . Y4) : (X21) @ (X4)	$(R'_{22} + X'_{22}R'_{22}{}^{-1}X'_{22})^{-1} = G'_{22}$	
(X10, Y4 . Y4) * (X4, Y4 . Y4) @ (X8)	$R'_{22}{}^{-1}X'_{22}G'_{22} = -B'_{22}$	
(X2, Y3 . Y4) * (X4, Y4 . Y4) @ (X9)	$R'_{12}G'_{22}$	} Výpočet matic R_{R1}, X_{R1}
(X6, Y3 . Y4) * (X8, Y4 . Y4) @ (X10)	$-X'_{12}B'_{22}$	
(X9, Y3 . Y4) + (X10, Y3 . Y4) @ (X10)	$R'_{12}G'_{22} - X'_{12}B'_{22} = S$	
(X2, Y3 . Y4) * (X8, Y4 . Y4) @ (X9)	$-R'_{12}B'_{22}$	
C(X10, Y3 . Y4) @ (X2)	přesun S	
(X6, Y3 . Y4) * (X4, Y4 . Y4) @ (X10)	$X'_{12}G'_{22}$	
(X10, Y3 . Y4) - (X9, Y3 . Y4) @ (X6)	$X'_{12}G'_{22} + R'_{12}B'_{22} = T$	
(X2, Y3 . Y4) * (X3, Y4 . Y3) @ (X9)	SR'_{21}	
(X6, Y3 . Y4) * (X7, Y4 . Y3) @ (X10)	TX'_{21}	
(X1, Y3 . Y3) - (X9, Y3 . Y3) @ (X1)	$R'_{11} - SR'_{21}$	
(X1, Y3 . Y3) + (X10, Y3 . Y3) @ (X1)	$R'_{11} - SR'_{21} + TX'_{21} = R_{R1}$	
(X2, Y3 . Y4) * (X7, Y4 . Y3) @ (X9)	SX'_{21}	
(X6, Y3 . Y4) * (X3, Y4 . Y3) @ (X10)	TR'_{21}	
(X5, Y3 . Y3) - (X10, Y3 . Y3) @ (X5)	$X'_{11} - TR'_{21}$	
(X5, Y3 . Y3) - (X9, Y3 . Y3) @ (X5)	$X'_{11} - TR'_{21} - SX'_{21} = X_{R1}$	
C(X1, Y3 . Y3) @ (X10)	přesun R_{R1}	} Výpočet matic G_{R1}, B_{R1}
(X10, Y3 . Y3) : (X21) @ (X9)	$R_{R1}{}^{-1}$	
(X9, Y3 . Y3) * (X5, Y3 . Y3) @ (X10)	$R_{R1}{}^{-1}X_{R1}$	
(X5, Y3 . Y3) * (X10, Y3 . Y3) @ (X9)	$X_{R1}R_{R1}{}^{-1}X_{R1}$	
(X1, Y3 . Y3) + (X9, Y3 . Y3) @ (X5)	$R_{R1} + X_{R1}R_{R1}{}^{-1}X_{R1}$	
(X5, Y3 . Y3) : (X21) @ (X1)	$(R_{R1} + X_{R1}R_{R1}{}^{-1}X_{R1})^{-1} = G_{R1}$	
(X10, Y3 . Y3) * (X1, Y3 . Y3) @ (X5)	$R_{R1}{}^{-1}X_{R1}G_{R1} = -B_{R1}$	
R(X9, Y1 . 1)	čti E_{1r}	} Výpočet matice E'
(X18, Y3 . Y1) * (X9, Y1 . 1) @ (X11)	${}^tC_{11}E_{1r}$	
R(X9, Y2 . 1)	čti E_{2r}	
(X19, Y3 . Y2) * (X9, Y2 . 1) @ (X10)	${}^tC_{21}E_{2r}$	
(X10, Y3 . 1) + (X11, Y3 . 1) @ (X11)	${}^tC_{21}E_{2r} + {}^tC_{11}E_{1r} = E'_{1r}$	
(X20, Y4 . Y2) * (X9, Y2 . 1) @ (X13)	${}^tC_{22}E_{2r} = E'_{2r}$	
R(X9, Y1 . 1)	čti E_{1i}	
(X18, Y3 . Y1) * (X9, Y1 . 1) @ (X12)	${}^tC_{11}E_{1i}$	
R(X9, Y2 . 1)	čti E_{2i}	
(X19, Y3 . Y2) * (X9, Y2 . 1) @ (X10)	${}^tC_{21}E_{2i}$	
(X10, Y3 . 1) + (X12, Y3 . 1) @ (X12)	${}^tC_{21}E_{2i} + {}^tC_{11}E_{1i} = E'_{1i}$	
(X20, Y4 . Y2) * (X9, Y2 . 1) @ (X14)	${}^tC_{22}E_{2i} = E'_{2i}$	

Tab. 1 (pokrač.)

Symbolický program:	Prováděná maticová operace:		
(X2, Y3 . Y4) * (X13, Y4 . 1) @ (X9)	SE'_{2r}	} Výpočet matic E_{R1r}, E_{R1i}	
(X6, Y3 . Y4) * (X14, Y4 . 1) @ (X10)	TE'_{2i}		
(X11, Y3 . 1) - (X9, Y3 . 1) @ (X11)	$E'_{1r} - SE'_{2r}$		
(X11, Y3 . 1) + (X10, Y3 . 1) @ (X11)	$E'_{1r} - SE'_{2r} + TE'_{2i} = E_{R1r}$		
(X2, Y3 . Y4) * (X14, Y4 . 1) @ (X9)	SE'_{2i}		
(X6, Y3 . Y4) * (X13, Y4 . 1) @ (X10)	TE'_{2r}		
(X12, Y3 . 1) - (X9, Y3 . 1) @ (X12)	$E'_{1i} - SE'_{2i}$		
(X12, Y3 . 1) - (X10, Y3 . 1) @ (X12)	$E'_{1i} - SE'_{2i} - TE'_{2r} = E_{R1i}$		
(X1, Y3 . Y3) * (X11, Y3 . 1) @ (X9)	$G_{R1}E_{R1r}$		} Výpočet a tisk matic I_{1r}, I_{1i}
(X5, Y3 . Y3) * (X12, Y3 . 1) @ (X10)	$-B_{R1}E_{R1i}$		
(X9, Y3 . 1) + (X10, Y3 . 1) @ (X9)	$G_{R1}E_{R1r} - B_{R1}E_{R1i} = I'_{1r}$		
(X15, Y1 . Y3) * (X9, Y3 . 1) @ (X10)	$C_{11}I'_{1r} = I_{1r}$		
P(X10, Y1 . 1) (6 . 0)	tisk I_{1r}		
(X1, Y3 . Y3) * (X12, Y3 . 1) @ (X9)	$G_{R1}E_{R1i}$		
(X5, Y3 . Y3) * (X11, Y3 . 1) @ (X10)	$-B_{R1}E_{R1r}$		
(X9, Y3 . 1) - (X10, Y3 . 1) @ (X9)	$G_{R1}E_{R1i} + B_{R1}E_{R1r} = I'_{1i}$		
(X15, Y1 . Y3) * (X9, Y3 . 1) @ (X10)	$C_{11}I'_{1i} = I_{1i}$		
P(X10, Y1 . 1) (6 . 0)	tisk I_{1i}		
E	konec výpočtu		
£	konec programu		
Význam zavedených symbolů:	$S = R'_{12}G'_{22} - X'_{12}B'_{22}$		
	$T = X'_{12}G'_{22} + R'_{12}B'_{22}$		

I když kompletní analýza elektrického obvodu, uvedená v naší práci [2], je jednodušší co do počtu matematických operací a tedy i co do počtu instrukcí v symbolickém programu, přece v těch případech, kdy nám postačí částečná analýza, bývá předložený výpočet výhodnější, neboť vyžaduje zpravidla podstatně kratší výpočtový čas. Příčina tkví především ve snížení řádu invertovaných matic.

Konečně poznamenejme, že uvedenou metodu lze různým způsobem modifikovat, například rozdělením smyčkové rovnice (2) na tři (viz [1]) nebo více submaticových rovnic, což má ovšem opět vliv na výpočtový čas.

Literatura

- [1] D. Mayer: Analýza elektrických obvodů maticovým počtem. NČSAV, Praha 1966.
 [2] D. Mayer, S. Kořínek: Analýza elektrických obvodů v ustáleném stavu pomocí samočinného číslicového počítače. Aplikace matematiky 9 (1964), 48-75.

Tab. 3. Vložení vstupních hodnot řešeného obvodu do paměti počítače.

X 1		* 2		* 0	
2 0 5)	Matice C	0	Matice X
2 0 9		- 1		5 0	
2 1 3		0		* 5 0	
2 1 7		- 1		% 2	
2 4 1		% 2		* 0	
2 4 5		- 1		% 2	
2 4 9		* - 3		* 0	
2 5 3		0)	
2 5 7		- 1		% 6	
2 6 1	Modifikace programu	% 2		* 0	
2 6 5		- 1		0	
2 6 7		1		- 1 0 0	
2 7 3		* - 1		% 4	
2 7 5)		* - 1 0 0	
2 7 7		0	% 6		
2 8 1		2 5	* 0		
2 9 3		* 2 5	% 3		
3 0 5)	5 0 0		
3 0 9		% 2	1 0 0		
3 2 1	1 0	0			
3 3 3	1 0	* 6 0 0			
Y 1	1 0 0	% 3	Matice R	Matice E	
2	5 0	1 0 0			
6	* 1 7 0	1 0 0 0			
2)	0			
2	- 5 0	* 1 1 0 0			
Z 1.1 0 0	0	% 6			
S 1	* - 5 0	* 0			
1	0)			
* 1	0	1 0 0			
)	* - 5 0	0			
- 1	0	* 1 0 0			
0	2 0 0)			
* - 1	* 2 0 0	1 0 0			
0)	% 5			
- 1	% 6	* 1 0 0			
* - 1	* 0)			
)	% 3	1 0 0			
% 2	5 0	% 2			
1	% 2	* 5 0			
- 1)	1 0 0			
% 2	% 2	0			
* 0	* 0	* 1 0 0			
% 3	% 2)			
1	* 0	1 0 0			
1	% 2	% 5			
0	* 0	* 1 0 0			
↓	% 2)			
	↓	↓			

Tab. 2.

X 7	X 8	X 9	X 10	X 11	X 12	X
				$R_{11}(\bar{n})$	$R_{22}(\bar{n})$	
$X'_{21}(\bar{n}; \bar{n})$						
	$X'_{22}(\bar{n})$					
		$R'^{-1}_{22}(\bar{n})$		$R'^{-1}_{22}X'_{22}(\bar{n})$		
		$X'_{22}R'^{-1}_{22}X'_{22}(\bar{n})$				
$R'_{22} + X'_{22}R'^{-1}_{22}X'_{22}(\bar{n})$						
	$-B'_{22}(\bar{n})$					
		$R'_{12}G'_{22}(\bar{n}; \bar{n})$		$-X'_{12}B'_{22}(\bar{n}; \bar{n})$		
				$S(\bar{n}; \bar{n})$		
		$-R_{12}B'_{22}(\bar{n}; \bar{n})$				
				$X'_{12}G'_{22}(\bar{n}; \bar{n})$		
		$SR'_{21}(\bar{n})$				
				$TX'_{21}(\bar{n})$		
		$SX'_{21}(\bar{n})$				
				$TR'_{21}(\bar{n})$		
					$E'_{1r}(\bar{n}; 1)$	E'_{2r}
		$SE'_{2r}(\bar{n}; 1)$			$E'_{1i}(\bar{n}; 1)$	
			$TE'_{2i}(\bar{n}; 1)$			
		$SE'_{2i}(\bar{n}; 1)$		$E_{R1r}(\bar{n}; 1)$		
			$TE'_{2r}(\bar{n}; 1)$			$E_{R1i}(\bar{n}; 1)$
		$G_{R1}E_{R1r}(\bar{n}; 1)$				
			$-B_{R1}E_{R1i}(\bar{n}; 1)$			
			$I_{1r}(\bar{n}; 1)$			
		$G_{R1}E_{R1i}(\bar{n}; 1)$		$-B_{R1}E_{R1r}(\bar{n}; 1)$		
			$I_{1i}(\bar{n}; 1)$			

Резюме

ЧАСТИЧНЫЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПРИ ПОМОЩИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ

ДАНИЕЛЬ МАЙЕР, СТАНИСЛАВ КОРЖИНЕК, ИОСЕФ КУС
(DANIEL MAYER, STANISLAV KOŘÍNEK, JOSEF KŮS)

В статье, являющейся продолжением работы [2], приводится алгоритм частичного анализа электрической цепи посредством матричного исчисления, при помощи которого можно определить токи и напряжения только в некоторых ветвях. Этот метод имеет значение, в частности, при решении сложных цепей, когда память цифровой машины недостаточна для проведения полного анализа по [2], или в том случае, когда при общем анализе встречаемся с некоторыми затруднениями (напр., инверсия матрицы высокого порядка) и его осуществление было бы трудоемким. Повторным проведением частичного анализа можно определить токи во всех ветвях и напряжение рассматриваемой цепи. Для описанного алгоритма приводится символическая программа. В статье также наводится пример, решенный на цифровой машине National Elliot 803.

Summary

PARTIAL ANALYSIS OF ELECTRIC CIRCUITS BY COMPUTER

DANIEL MAYER, STANISLAV KOŘÍNEK, JOSEF KŮS

In the article following our paper [2], the algorithm of a partial analysis of an electric circuit by means of a digital computer is described. Thereby there can be determined currents and voltages in some branches only. This method is valuable in particular for the solution of compound circuits where the computer memory extent is quite insufficient for the execution of a complete analysis according to [2], or when the complete analysis meets some difficulties (e.g. inversion of a high order matrix) and its execution would be too slow. By re-executing the partial analysis, all branch current and voltages of the solved circuit can be determined. A symbolic program is described mentioned for the described algorithm. The article is supplemented with a numerical example solved on the National Elliot 803 computer.

Adresa autorů: Doc. Ing. Daniel Mayer C.Sc., Vysoká škola strojní a elektrotechnická, Nejedlého sady 14, Plzeň. — Ing. Stanislav Kořínek, dtto. — Ing. Josef Kůs, dtto.