Jozef Klimčík

Príspevok k vyguľateniu prenikovej hrany rotačných plôch s rotačnými kvadrikami

Aplikace matematiky, Vol. 10 (1965), No. 5, 428–440

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/102982`

PRÍSPEVOK K VYGUĽATENIU PRENIKOVEJ HRANY ROTAČNÝCH PLÔCH S ROTAČNÝMI KVADRIKAMI

JOZEF KLIMČÍK

(Došlo dňa 1. júla 1964.)

Vyguľatenie prenikovej hrany rotačnej plochy s rotačnou kvadrikou je uskutočnené pomocou rúrovej plochy. Sprievodný trojhran v bode prenikovej čiary rotačnej valcovej plochy s rotačným vajcovitým elipsoidom je určený graficky.

V prácach [1], [2] bolo ukázané vyguľatenie prenikovej hrany niektorých rotačných plôch. Vyguľatenie prenikovej hrany bolo uskutočnené pomocou kanálovej plochy resp. rúrovej plochy, vytvorenej guľovou plochou s konštantným polomerom, ak sa táto pohybuje svojím stredom po prenikovej čiare plôch.

V tomto príspevku bude uvedená metóda použitá na vyguľatenie prenikovej hrany rotačnej valcovej plochy, rotačnej kužeľovej plochy a rotačného anuloidu s rotačným elipsoidom, rotačným paraboloidom a s rotačným hyperboloidom.

1. VYGUĽATENIE PRENIKOVEJ HRANY ROTAČNEJ VALCOVEJ PLOCHY S ROTAČNÝMI KVADRIKAMI

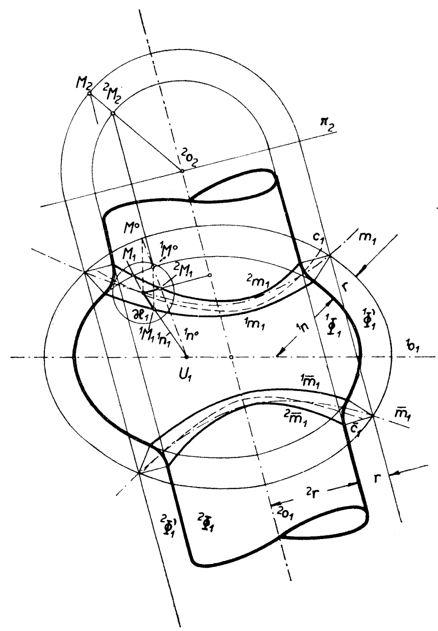
Vyguľatenie prenikovej hrany rotačnej valcovej plochy s rotačným elipsoidom

Majme rotačný vajcovitý elipsoid ${}^1\Phi$ daný osou ${}^1o$, hlavným meridiánom a rotačnú valcovú plochu ${}^2\Phi$ s osou ${}^2o$ a polomerom ${}^2r$. Osi ${}^1o$, ${}^2o$ nech určujú priemetňu π, do ktorej budeme premietať.

Preniková krivka dvoch plôch 2. stupňa je všeobecne priestorová krivka 4. stupňa (kvartika). Pravouhlý priemet prenikovej kvartiky dvoch rotačných plôch 2. stupňa s rôznobežnými osami na spoločnú rovinu súmernosti, určenú osami plôch, je časť krivky 2. stupňa — kužeľosečky.

Pravouhlý priemet prenikovej čiary daných plôch je hyperbola a zostrojíme ju známym spôsobom.

Aby sme mohli vyguľatiť prenikovú čiaru c plôch ${}^1\Phi$ a ${}^2\Phi$, nájdeme prenikovú krivku m ekvidištantnej plochy ${}^1\Phi'$ plochy ${}^1\Phi$ s osou ${}^1o$, ktorú sme dostali „zväčšením“ $({}^1n + r)$ plochy ${}^1\Phi$ o polomer r zvolenej guľovej plochy κ s rotačnou valcovou plochou ${}^2\Phi'$ s osou ${}^2o$ „zväčšenej“ $({}^2r + r)$ plochy ${}^2\Phi$ tiež o r guľovej plochy κ (obr. 1). Priemet m_1 prenikovej čiary m plôch ${}^1\Phi'$, ${}^2\Phi'$ zostrojíme obdobne ako priemet c_1 čiary c. Ekvidištantnú plochu ${}^1\Phi'$ zostrojíme teda „zväčšením“ príslušných normál ${}^1n$ o r guľovej plochy κ. Od bodov elipsy nanášame v predĺžení normály zvolený polomer r buď na vonkajšiu stranu elipsy (vonkajšie vyguľatenie) alebo dovnútra elipsy (vnútorné vyguľatenie).



Obr. 1.

Okolie prenikovej hrany c plôch ${}^1\Phi$, ${}^2\Phi$ nahradíme rúrovou plochou, vytvorenou guľovou plochou κ o polomere r, ktorej stred sa pohybuje po krivke m ($r < \infty$ ale súčasne $r > 0$: od zvoleného r závisí krivosť vyguľatenia; bude to platiť i pre ďalšie prípady vyguľatenia).

Guľová plocha κ so stredom M dotýka sa pri svojom pohybe plochy ${}^1\Phi$ a to v určitom bode ${}^1M$ a plochy ${}^2\Phi$ v bode ${}^2M$.

Množina dotykových bodov ${}^1M$ vytvára spojitú krivku ${}^1m$, ktorá je dotykovou čiarou rúrovej plochy (vytvorenej guľovou plochou κ) a rotačného elipsoidu ${}^1\Phi$.

Priemet ${}^1M_1$ bodu ${}^1M$ dotykovej čiary ${}^1m$ bol zostrojený takto: Po otočení bodu M (M^0) na obrys plochy ${}^1\Phi'$ zostrojíme ${}^1n^0$ (obr. 1). Bod M^0 je stred guľovej plochy κ a v predĺžení ${}^1n^0$ je aj jej polomer r v skutočnej veľkosti. Spojnica M_1U_1 je ${}^1n_1$ a na nej z otočenia dostaneme ${}^1M_1(M_1M^0 \parallel {}^1M_1{}^1M^0)$.

Množina dotykových bodov ${}^2M$ vytvára spojitú krivku ${}^2m$, ktorá je dotykovou čiarou rúrovej plochy (vytvorenej guľovou plochou κ) a rotačnej valcovej plochy ${}^2\Phi$.

Stred M guľovej plochy κ a bod dotyku ${}^2M$ čiary ${}^2m$ s rotačnou valcovou plochou ${}^2\Phi$ ležia v každej polohe na normálach valca ${}^2\Phi$ vo vzdialenostiach $({}^2r + r) : {}^2r$. V druhom priemete sú v skutočnej veľkosti vzdialenosti $M_2 \dashv {}^2o_2 = ({}^2r + r)$ a ${}^2M_2 \dashv {}^2o_2 = {}^2r$.

Priemet vzdialenosti $M_2 \dashv {}^2o_2$ je skrátený v pomere ${}^2r : ({}^2r + r)$. Z obr. 1 vyplýva konštrukcia dotykového bodu ${}^2M$ dotykovej čiary ${}^2m$. Riešenie bolo uskutočnené pomocou druhého priemetu rotačnej valcovej plochy ${}^2\Phi$ $({}^2o, {}^2r)$ a rotačnej valcovej plochy ${}^2\Phi'$ $[{}^2o, ({}^2r + r)]$.

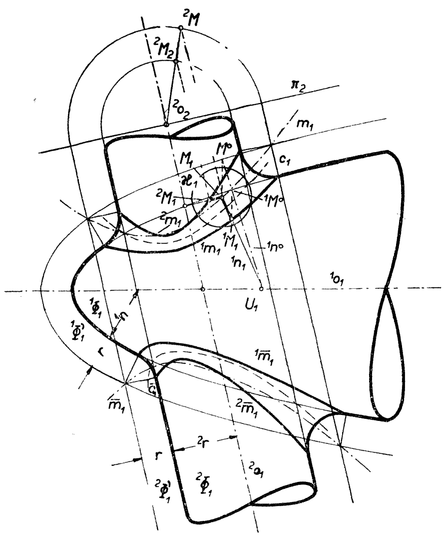
Vyguľatenie prenikovej hrany rotačného splošteného elipsoidu s rotačnou valcovou plochou by sme uskutočnili tým istým spôsobom ako uvedený prípad vyguľatenia prenikovej hrany rotačnej valcovej plochy s rotačným vajcovitým elipsoidom.

Vyguľatenie prenikovej hrany rotačnej valcovej plochy s rotačným paraboloidom

Rotačný paraboloid ${}^1\Phi$ je daný osou ${}^1o$ a hlavným meridiánom v π a rotačná valcová plocha ${}^2\Phi$ s polomerom ${}^2r$ je daná osou ${}^2o$ rôznobežnou s ${}^1o$ plochy ${}^1\Phi$ a taktiež ležiacou v π.

Všetko, čo bolo vyššie povedané o prenikovej čiare dvoch plôch 2. stupňa, platí aj pre tento prípad. Priemet c_1 prenikovej čiary c plôch ${}^1\Phi$, ${}^2\Phi$ zostrojíme teda obdobne ako v prechádzajúcom prípade.

Ak chceme vyguľatiť prenikovú čiaru c plôch ${}^1\Phi$, ${}^2\Phi$, zostrojíme prenikovú čiaru m plôch ${}^1\Phi'$ a ${}^2\Phi'$. Plocha ${}^2\Phi'$ je opäť „zväčšená" plocha ${}^2\Phi$ o zvolený polomer r guľovej plochy κ, ktorá vytvára použitú rúrovú plochu. Časťou rúrovej plochy vytvorí sa prechod medzi rotačným paraboloidom ${}^1\Phi$ a rotačnou valcovou plochou ${}^2\Phi$ v oblasti prenikovej čiary c.



Obr. 2.

„Zväčšením" rotačného paraboloidu ${}^1\Phi$ o polomer r guľovej plochy κ dostaneme ekvidištantnú plochu ${}^1\Phi'$. Túto nájdeme jednoducho zostrojením normál a ich „zväčšením" („zmenšením") o r guľovej plochy κ.

Na obr. 2 ide o vonkajšie vyguľatenie, preto každý z bodov ${}^1M$ dotykovej čiary ${}^1m$ leží na príslušnej normále ${}^1n$ rotačného paraboloidu a polomer r guľovej plochy κ je v predĺžení tejto normály.

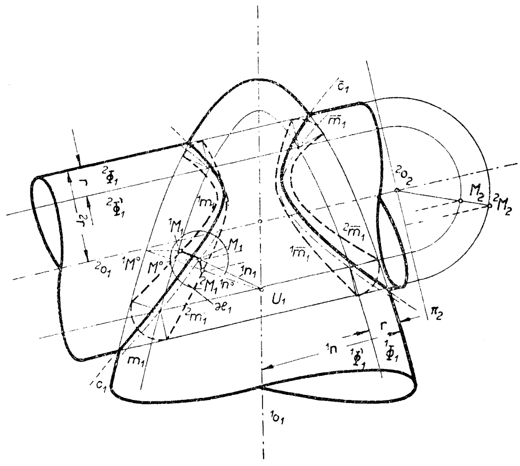
Priemet ${}^1M_1$ bodu ${}^1M$ dotykovej čiary ${}^1m$ zostrojíme nasledovne: Otočíme bod M do bodu M^0 na obrys plochy ${}^1\Phi'$ a zostrojíme ${}^1n^0$. Bod M^0 je otočenou polohou stredu guľovej plochy κ a v predĺžení ${}^1n^0$ normály ${}^1n$ je aj jej polomer r v skutočnej veľkosti.

Spojnica M_1U_1 je ${}^1n_1$ a na nej z otočenia dostaneme ${}^1M_1(M_1M^0 \parallel {}^1M_1{}^1M^0)$. Spojitú dotykovú čiaru ${}^2m$ bodov ${}^2M$ rúrovej plochy a rotačnej valcovej plochy ${}^2\Phi$ nájdeme pomocou druhého priemetu, analogicky predchádzajúcemu prípadu. Vzťahy medzi bodmi M prenikovej čiary m, dotykovými bodmi ${}^2M$ dotykovej čiary ${}^2m$ a ich priemetmi sú tie isté ako v predchádzajúcom prípade.

Vnútorné vyguľatenie prenikovej čiary rotačnej valcovej plochy s rotačným paraboloidom je znázornené na obr. 3. Toto vyguľatenie bolo uskutočnené pri tých istých podmienkach premietania na prvú priemetňu ako vonkajšie vyguľatenie vyššie.

Zobrazíme ekvidištantnú plochu ${}^1\Phi'$ príslušnú rotačnému paraboloidu ${}^1\Phi$ vždy nanesením polomeru r guľovej plochy κ na normály dovnútra.

Obdobne „zmenšíme" rotačnú valcovú plochu ${}^2\Phi$ na rotačnú valcovú plochu ${}^2\Phi'$. Preniková čiara m plôch ${}^1\Phi'$ a ${}^2\Phi'$ je krivkou polôh stredov guľovej plochy κ, ktorá sa spojite pohybuje a tak vytvára rúrovú plochu, dotýkajúcu sa obidvoch plôch ${}^1\Phi$ a ${}^2\Phi$ v dotykových krivkách ${}^1m$ a ${}^2m$. Ich zostrojenie vidieť na obr. 3. Týmto spôsobom by sme postupovali i pri riešení vnútorného vyguľatenia v predchádzajúcom prípade ako aj v prípadoch, ktoré si ešte ukážeme.

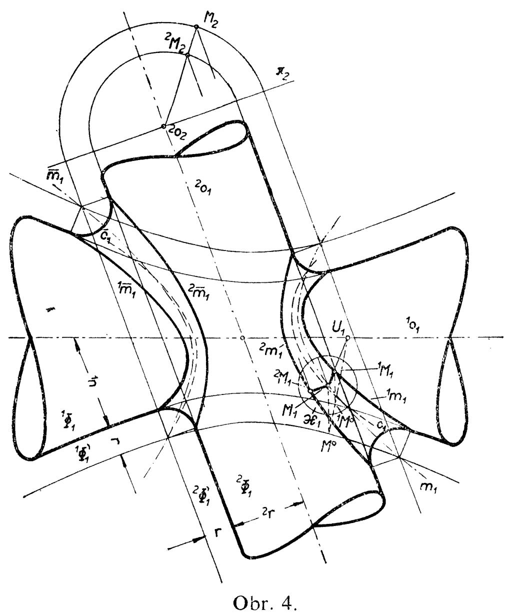


Obr. 3.

Vyguľatenie prenikovej hrany rotačnej valcovej plochy s rotačným hyperboloidom

Rotačný hyperboloid jednodielny ${}^1\Phi$ je daný osou ${}^1o$ a meridiánom, rotačná valcová plocha ${}^2\Phi$ osou ${}^2o$ a polomerom r tak, že sa osi ${}^1o$, ${}^2o$ pretínajú. Obidve osi ${}^1o$, ${}^2o$ ležia v priemetni π.

Priemet c_1 prenikovej čiary c plôch ${}^1\Phi$, ${}^2\Phi$, je zostrojený známym spôsobom. Vyguľatenie uskutočníme ako v predchádzajúcich prípadoch pomocou rúrovej plochy vytvorenej guľovou plochou κ so zvoleným polomerom r.



Obr. 4.

Pomocou otočených normál a nanášaním polomeru r $({}^1n + r)$ zostrojíme ekvidištantnú plochu ${}^1\Phi'$ s daným rotačným jednodielnym hyperboloidom ${}^1\Phi$ (obr. 4). Rotačnú valcovú plochu ${}^2\Phi$ s osou ${}^2o$ „zväčšíme" o r guľovej plochy $\kappa({}^2r + r)$. Priemet m_1 prenikovej čiary m plôch ${}^1\Phi'$, ${}^2\Phi'$ zostrojíme známym už spôsobom. Rúrová plocha, pomocou ktorej nahradíme časti plôch ${}^1\Phi$, ${}^2\Phi$ okolo prenikovej čiary c, dotýka sa plôch ${}^1\Phi$, ${}^2\Phi$ v krivkách ${}^1m$, ${}^2m$. Dotykové body ${}^1M$ dotykovej krivky ${}^1m$ nájdeme ako body dotyku okamžitej polohy tvoriacej guľovej plochy κ so stredom v M, ktorá sa dotýka rotačného hyperboloidu ${}^1\Phi$ práve v bode ${}^1M$.

Priemet ${}^1M_1$ bodu ${}^1M$ dotykovej čiary ${}^1m$ dostaneme pomocou otočenia bodu M do bodu M^0 na obrys plochy ${}^1\Phi'$. V M^0 zostrojíme normálu ${}^1n^0$ a na nej $\overline{M^0\,{}^1M^0} = r$ guľovej plochy κ. Na normále ${}^1n_1 = M_1U_1$ určíme ${}^1M_1(M_1M^0 \parallel {}^1M_1{}^1M^0)$.

Dotykovú krivku ${}^2m$ bodov ${}^2M$ na rotačnej valcovej ploche ${}^2\Phi$ nájdeme pomocou druhého priemetu, kde sú ako v predchádzajúcich prípadoch vzdialenosti $M_2 \dashv {}^2o_2 = ({}^2r + r)$ a ${}^2M_2 \dashv {}^2o_2 = {}^2r$ v skutočnej veľkosti. Priemet vzdialenosti $M_2 \dashv {}^2o_2$, ako vidieť na obr. 4, sa opäť skracuje $[{}^2r : ({}^2r + r)]$.

Vyguľatenie prenikovej hrany rotačnej valcovej plochy s rotačným dvojdielnym hyperboloidom uskutočníme úplne obdobne.

2. VYGUĽATENIE PRENIKOVEJ HRANY ROTAČNEJ KUŽEĽOVEJ PLOCHY S ROTAČNÝMI KVADRIKAMI

Vyguľatenie prenikovej hrany rotačnej kužeľovej plochy s rotačným elipsoidom

Nech os ${}^1o$ rotačného vajcovitého elipsoidu ${}^1\Phi$ a os ${}^2o$ rotačnej kužeľovej plochy ${}^2\Phi$ (navzájom rôznobežné) určujú spoločnú rovinu súmernosti obidvoch plôch. Zvoľme ju za primetňu a zobrazme na nej priemet plôch ${}^1\Phi$, ${}^2\Phi$ (určených ako v prechádzajúcich prípadoch) a priemet prenikovej čiary. Táto je zase časťou kužeľosečky a zostrojíme ju niektorou zo známych metód (obr. 5).

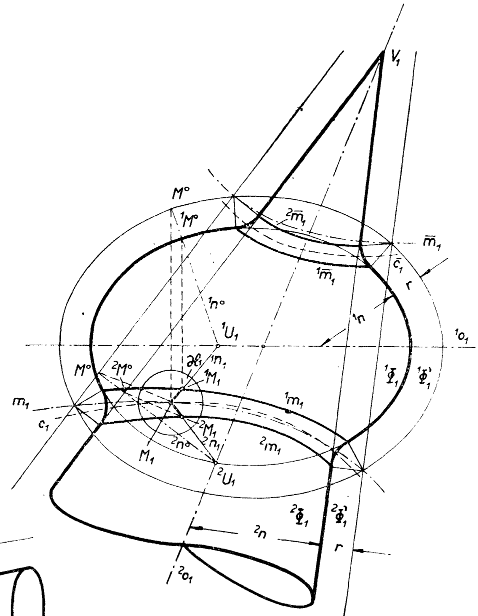
Ak chceme vyguľatiť prenikovú hranu c plôch ${}^1\Phi$ a ${}^2\Phi$, nájdeme prenikovú krivku m ekvidištantnej plochy ${}^1\Phi'$ s osou ${}^1o$, ktorú sme dostali „zväčšením" rotačného vajcovitého elipsoidu o polomer r zvolenej guľovej plochy κ vždy na normálach $({}^1n + r$; čiže „zväčšenie" je v smere normál) s rotačnou kužeľovou plochou ${}^2\Phi'$ s osou ${}^2o$, „zväčšenou" $({}^2n + r$; „zväčšenie" v smere normál) tiež o r guľovej plochy κ. Rotačná kužeľová plocha ${}^2\Phi'$ je ekvidištantnou plochou s pôvodnou rotačnou kužeľovou plochou ${}^2\Phi$. Priemet m_1 prenikovej čiary m zostrojíme podobne ako priemet krivky c.

Guľová plocha κ dotýka sa pri svojom pohybe plochy ${}^1\Phi$ a to v určitom bode ${}^1M$ a plochy ${}^2\Phi$ v bode ${}^2M$.

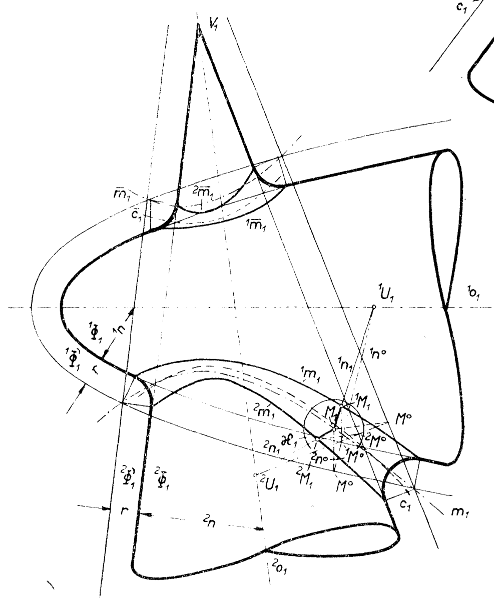
Množina dotykových bodov vytvára spojitú krivku ${}^1m$, ktorá je dotykovou čiarou pohybujúcej sa guľovej plochy κ (preto aj rúrovej plochy, vytvorenej guľovou plochou κ) a rotačného elipsoidu ${}^1\Phi$. Každý z bodov ${}^1M$ dotykovej čiary ${}^1m$ leží na príslušnej normále ${}^1n$ rotačného elipsoidu a polomer r guľovej plochy κ je v predĺžení tejto normály.

Priemet ${}^1M_1$ bodu ${}^1M$ dotykovej čiary ${}^1m$ nájdeme: Otočíme bod M prenikovej čiary m do bodu M^0 na obrys plochy ${}^1\Phi'$ a zostrojíme normálu ${}^1n^0$. Na osi ${}^1o_1$ dostaneme ${}^1U_1$, priemet vrchola normálového kužeľa (${}^1n^0 \, . \, {}^1o_1 = {}^1U_1$). M^0 je stred guľovej plochy κ a v predĺžení normály ${}^1n^0$ je aj jej polomer r v skutočnej veľkosti. Spojnica $M_1{}^1U_1$ je ${}^1n_1$ a na nej z otočenia dostaneme ${}^1M_1(M_1M^0 \parallel {}^1M_1M^0)$.

Každý z bodov ${}^2M$ dotykovej čiary ${}^2m$ leží na príslušnej normále ${}^2n$ rotačnej kuželovej plochy ${}^2\Phi$ a polomer r guľovej plochy κ je v predĺžení tejto normály.



Obr. 5.



Obr. 6.

Priemet ${}^2M_1$ bodu ${}^2M$ dotykovej čiary ${}^2m$ je zostrojený takto: Po otočení bodu M (M^0) na obrys plochy ${}^2\Phi'$ zostrojíme ${}^2n^0$. Bod M^0 je stred guľovej plochy κ a v predĺžení ${}^2n^0$ je aj jej polomer v skutočnej veľkosti. Spojnica $M_1{}^2U_1$ je normála ${}^2n_1$ a na nej z otočenia dostaneme

$${}^2M_1(M_1M^0 \parallel {}^2M_1{}^2M^0).$$

Vyguľatenie prenikovej hrany rotačnej kužeľovej plochy s rotačným splošteným elipsoidom zostrojíme analogicky vyššie uvedenému vyguľateniu rotačnej kužeľovej plochy s rotačným vajcovitým elipsoidom.

Vyguľatenie prenikovej hrany rotačného paraboloidu s rotačnou kužeľovou plochou

Os ^1o rotačného paraboloidu $^1\Phi$ daného svojím meridiánom je rôznobežná s osou ^2o rotačnej kužeľovej plochy $^2\Phi$ (obr. 6). Konštrukcia je uskutočnená ako v predchádzajúcich prípadoch v pravouhlom premietaní na prvú priemetňu π. Touto nech je rovina súmernosti, určená osami ^1o, ^2o plôch $^1\Phi$, $^2\Phi$. Priemet c_1 prenikovej čiary c plôch $^1\Phi$, $^2\Phi$ je zostrojený vyššie uvedeným spôsobom.

Po „zväčšení" rotačného paraboloidu $^1\Phi$ o polomer r guľovej plochy κ na ekvidištantnú plochu $^1\Phi'$ a rotačnej kužeľovej plochy $^2\Phi$ na rotačnú kužeľovú plochu $^2\Phi'$, nájdeme známym spôsobom prenikovú čiaru m plôch $^1\Phi'$, $^2\Phi'$.

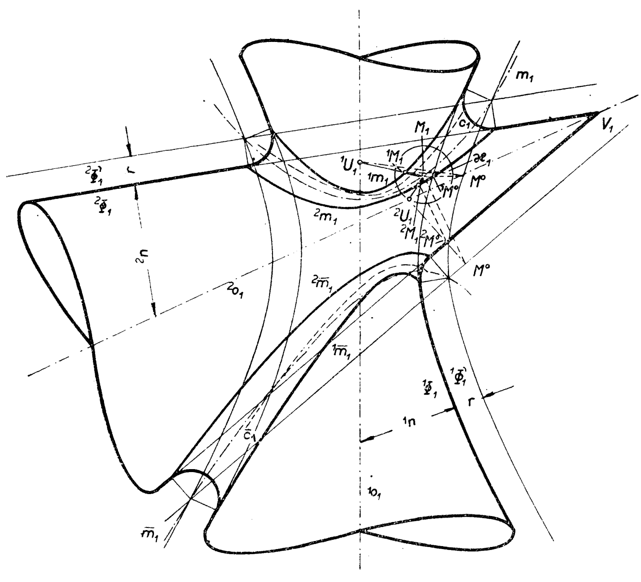
Preniková krivka m plôch $^1\Phi'$, $^2\Phi'$ ako množina bodov jednotlivých polôh stredu M pohybujúcej sa guľovej plochy κ, premieta sa do krivky m_1.

Priemet $^1M_1$ bodu ^1M dotykovej čiary ^1m bol nájdený skrátením po otočení príslušnej normály na rotačnej ploche $^1\Phi'$, ekvidištantnej s rotačným paraboloidom $^1\Phi$.

Po otočení bodu M (M^0), zostrojení $^2M^0$ a vrátení sa na $^2n_1$, bol zostrojený bod $^2M_1$ ako priemet jedného bodu dotykovej krivky ^2m.

Vyguľatenie prenikovej hrany rotačného hyperboloidu s rotačnou kužeľovou plochou

Rotačný jednodielny hyperboloid $^1\Phi$ s osou ^1o a meridiánom je daný tak, že os ^1o pretína os ^2o rotačnej kužeľovej plochy $^2\Phi$. Osi ^1o, ^2o určujú opäť priemetňu π (obr. 7).



Obr. 7.

Prenikovú hranu c plôch $^1\Phi$, $^2\Phi$ zostrojenú známym spôsobom, vyguľatíme opäť pomocou rúrovej plochy, vytvorenej guľovou plochou κ o vhodne zvolenom polomere r.

Zostrojíme ekvidištantnú plochu $^1\Phi'$ s jednodielnym rotačným hyperboloidom $^1\Phi$ „zväčšením" $(^1n + r)$ príslušných normál o polomer r guľovej plochy κ. Rotačnú kužeľovú plochu $^2\Phi$ s osou ^2o „zväčšíme" $(^2n + r)$ o r guľovej plochy κ a dostaneme $^2\Phi'$.

Priemet m_1 prenikovej čiary m plôch $^1\Phi'$ a $^2\Phi'$ zostrojíme tak isto ako priemet c_1 prenikovej čiary c plôch $^1\Phi$ a Φ^2.

Rúrová plocha, časťou ktorej nahradíme oblasť v okolí prenikovej čiary c plôch $^1\Phi$, $^2\Phi$, dotýka sa týchto plôch v krivkách ^1m a ^2m.

Dotykové body ^1M dotykovej krivky ^1m určíme ako body dotyku okamžitej polohy guľovej plochy κ so stredom v M, ktorá sa dotýka rotačného hyperboloidu $^1\Phi$ v bode ^1M.

Priemet $^1M_1$ bodu ^1M dotykovej čiary ^1m nájdeme pomocou otočenia bodu M do bodu M^0 na obrys plochy $^1\Phi'$. V M^0 zostrojíme normálu $^1n^0$ a na nej $\overline{M^0\,{}^1M^0} = r$ guľovej plochy κ. Na normále $^1n_1 = M_1U_1$ určíme $^1M_1(M_1M^0 \parallel {}^1M_1{}^1M^0)$.

Dotykovú krivku ^2m, v ktorej sa rúrová plocha dotýka rotačného kužeľa $^2\Phi$ je nájdená ako množina bodov ^2M.

Po otočení bodu $M\,(M^0)$, zostrojení $^2M^0$ a vrátení sa na $^2n_1$, bol zostrojený bod $^2M_1$ (ako v predchádzajúcich prípadoch).

Vyguľatenie prenikovej hrany rotačnej kužeľovej plochy s rotačným dvojdielnym hyperboloidom by sme podľa toho, čo bolo vyššie povedané, vedeli už zostrojiť.

3. VYGUĽATENIE PRENIKOVEJ HRANY ROTAČNÉHO ANULOIDU S ROTAČNÝMI KVADRIKAMI

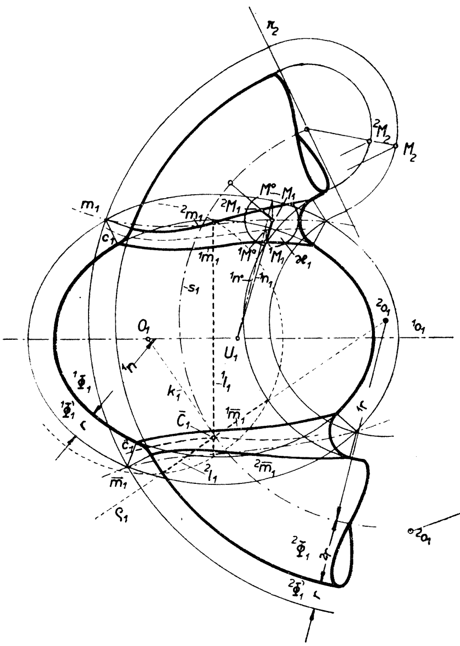
Vyguľatenie prenikovej hrany rotačného elipsoidu s rotačným anuloidom

Os ^2o rotačného anuloidu $^2\Phi$ je kolmá na π a kružnica s stredov meridiánových kružníc (o polomere r) leží v π, kým os ^1o rotačného vajcovitého elipsoidu, mimobežná s osou ^2o rotačného anuloidu, leží v priemetni π. Zostrojenie prenikovej čiary c uvedených plôch, zadaných jednoduchým spôsobom, uskutočníme napr. metódou guľových plôch (obr. 8). [Kolmica k v strede polmeridiánovej kružnice ^2l anuloidu $^2\Phi$ na rovinu ϱ (^2l leží v rovine ϱ) pretína os ^1o rotačného elipsoidu $^1\Phi$ v bode O. Guľová plocha Γ so stredom O a prechádzajúca kružnicou ^2l pretína plochu $^1\Phi$ v rovnobežkovej kružnici ^1l. Spoločný bod (v danom prípade $\bar{C}$) kružnice ^2l a ^1l prislúcha čiare preniku $\bar{c}$].

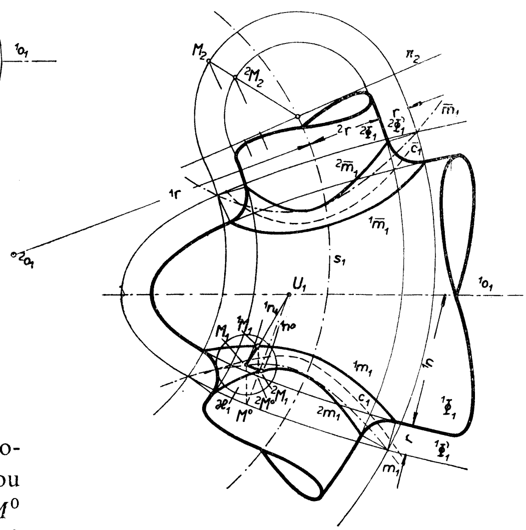
Priemet prenikovej čiary, pri vpredu uvedených podmienkach, je c_1, v algebraickom poňatí počítaná dvojnásobne.

Za účelom vyguľatenia prenikovej čiary $c(\bar{c})$ položíme rúrovú plochu tak, aby sa dotýkala obidvoch plôch ${}^1\Phi$ a ${}^2\Phi$. Polomer r guľovej plochy κ volíme aj v tomto prípade ako v predchádzajúcich i ďalších prípadoch tak, aby $r > 0$ ale $r < \infty$.

Pravouhlý priemet prenikovej čiary m $(\bar{m})$ ekvidištantnej plochy ${}^1\Phi'$ s rotačným elipsoidom ${}^1\Phi$ zväčšeným o r guľovej plochy κ [os ${}^1o$, $({}^1n + r)$] s rotačným anuloidom ${}^2\Phi'$ [os ${}^2o$ $({}^2r + r)$], zostrojíme obdobne ako priemet čiary c. Obalová plocha gule κ dotýka sa rotačného elipsoidu ${}^1\Phi$ v krivke ${}^1m$, rotačného anuloidu ${}^2\Phi$ v krivke ${}^2m$.



Obr. 8.



Obr. 9.

Priemet ${}^1M_1$ bodu ${}^1M$ dotykovej čiary ${}^1m$ zostrojíme pomocou otočenia bodu M do bodu M^0 na obrys plochy ${}^1\Phi'$. V bode M^0 zostrojíme normálu ${}^1n^0$ a na nej $\overline{M^0\,{}^1M^0} = r$ guľovej plochy κ. Na priemete normály ${}^1n_1 = M_1U_1$ určíme ${}^1M_1(M_1M^0 \parallel {}^1M_1\,{}^1M^0)$.

Vyguľatenie prenikovej čiary rotačného elipsoidu splošteného s rotačným anuloidom uskutočnili by sme podľa toho, čo bolo vyššie povedané, už ľahko.

Vyguľatenie prenikovej hrany rotačného paraboloidu s rotačným anuloidom

Rotačný paraboloid ${}^1\Phi$ je daný osou ${}^1o$ a meridiánom tak, že os ${}^1o$ leží v priemetni π. Rotačný anuloid ${}^2\Phi$ s osou ${}^2o$ (mimobežnou s osou ${}^1o$ rotačného paraboloidu ${}^1\Phi$) kolmou na priemetňu π s polomerom r meridiánovej kružnice, má stredovú kružnicu s v priemetni π (obr. 9).

Body prenikovej čiary c sú zostrojené metódou guľových plôch a priemet prenikovej čiary c_1 je opäť dvojnásobná čiara.

Podobne zostrojíme prenikovú čiaru m ekvidištantnej plochy ${}^1\Phi'$ $[{}^1o, ({}^1n + r)]$ s rotačným paraboloidom, s rotačným anuloidom ${}^2\Phi'$ $[{}^2o, ({}^2r + r)]$.

Kvôli vyguľateniu položíme opäť rúrovú plochu, vytvorenú guľovou plochou κ s polomerom r tak, aby sa dotýkala obidvoch plôch ${}^1\Phi$ a ${}^2\Phi$.

Priemet ${}^1M_1$ bodu ${}^1M$ dotykovej čiary ${}^1m$, bol určený skrátením po otočení príslušnej normály na rotačnej ploche ${}^1\Phi'$ ekvidištantnej s rotačným paraboloidom ${}^1\Phi$.

Vnútorné vyguľatenie by sme uskutočnili známym už spôsobom a to pri všetkých kvadrikách s príslušným prispôsobením.

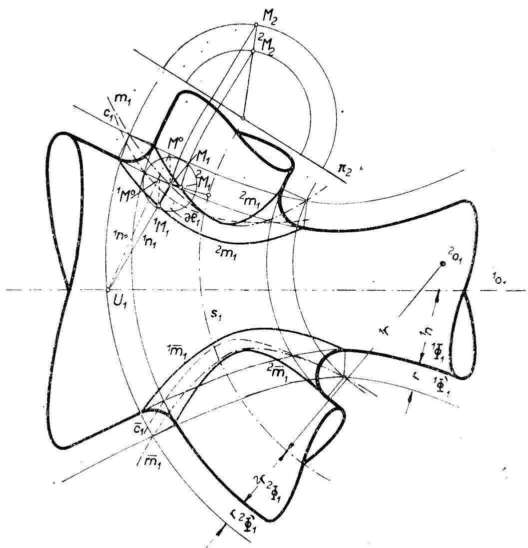
Vyguľatenie prenikovej hrany rotačného hyperboloidu s rotačným anuloidom

Nech os ${}^1o$ rotačného hyperboloidu jednodielneho leží v π a os mimobežná s osou ${}^1o$, rotačného anuloidu ${}^2\Phi$ nech je kolmá na priemetňu π. Kružnica s stredov meridiánových kružníc rotačného anuloidu ${}^2\Phi$ leží tiež v π (obr. 10).

Prenikovú hranu c rotačného hyperboloidu jednodielneho ${}^1\Phi$ a rotačného anuloidu ${}^2\Phi$, zostrojenú známym spôsobom, vyguľatíme opäť pomocou rúrovej plochy, vytvorenej guľovou plochou κ o vhodne zvolenom polomere r.

Po zostrojení ekvidištantnej plochy ${}^1\Phi'$ s rotačným hyperboloidom jednodielnym ${}^1\Phi$ „zväčšením" príslušných normál $({}^1n + r)$ o polomer r guľovej plochy κ a rotačného anuloidu ${}^2\Phi$ „zväčšeného" tiež o polomer r guľovej plochy, nájdeme priemet m_1 prenikovej čiary m plôch ${}^1\Phi'$ a ${}^2\Phi'$.

Rúrová plocha, ktorou spojíme oblasť prenikovej čiary c jednodielneho hyperboloidu ${}^1\Phi$ a rotačného anuloidu ${}^2\Phi$, dotýka sa týchto plôch v krivkách ${}^1m$ a ${}^2m$.



Obr. 10.

Priemet ${}^1M_1$ bodu ${}^1M$ dotykovej čiary ${}^1m$ nájdeme pomocou otočenia bodu M do bodu M^0 na obrys plochy ${}^1\Phi'$. Po zostrojení normály ${}^1n^0$ a nanesení r (guľovej plochy κ) $= \overline{M^0\,{}^1M^0}$, dostaneme na normále ${}^1n_1$ bod dotyku ${}^1M_1$.

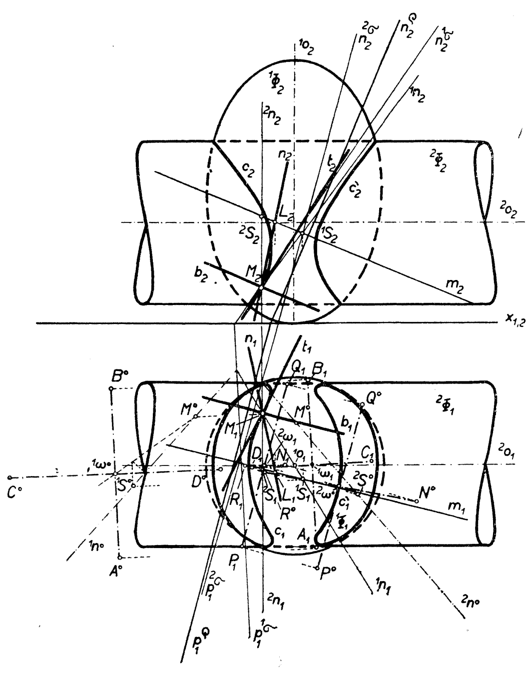
Dotyková krivka ${}^2m$, v ktorej sa rúrová plocha dotýka rotačného anuloidu ${}^2\Phi$, nájdeme ako množinu bodov ${}^2M$ pomocou druhého priemetu tak, ako v predchádzajúcich prípadoch.

4. SPRIEVODNÝ TROJHRAN V BODE PRENIKOVEJ KRIVKY; GRAFICKÉ URČENIE

Ako príklad bola zvolená preniková čiara rotačného elipsoidu s rotačnou valcovou plochou. Riešenie je uskutočnené v pravouhlom premietaní na dve združené priemetne (obr. 11).

Daný je rotačný vajcovitý elipsoid ${}^1\Phi$ s osou ${}^1o$ kolmou na π a rotačná valcová plocha ${}^2\Phi$ s osou ${}^2o$ rovnobežnou s priemetňami π a ν. Osi ${}^1o$ a ${}^2o$ sa pretínajú pravouhle.

Sprievodný trojhran v bode M prenikovej čiary c rotačného vajcovitého elipsoidu ${}^1\Phi$ s rotačnou valcovou plochou ${}^2\Phi$ zostrojíme pomocou Hachetteovej vety, ktorá poskytuje konštrukciu oskulačnej roviny vo všeobecnom bode prenikovej čiary: Oskulačná rovina ϱ v bode prenikovej čiary c plôch ${}^1\Phi$ a ${}^2\Phi$ je kolmá na spojnicu stredov krivosti normálových rezov obidvoch plôch rovinami, vedenými dotyčnicou t ku krivke c v uvažovanom bode M.



Obr. 11.

Dotyčnica t v bode M prenikovej čiary c plôch ${}^1\Phi$ a ${}^2\Phi$ je priesečnica dotykových rovín ${}^1\tau$, ${}^2\tau$ v bode M ku obidvom plochám. Na obr. 11 je vyznačený nárys t_2 a pôdorys t_1 dotyčnice t.

Rovina ${}^1\sigma$ normálového rezu rotačného elipsoidu ${}^1\Phi$ s osou ${}^1o$ v bode M je určená dotyčnicou t a normálou ${}^1n({}^1n_1, {}^1n_2)$. Nájdené sú stopy $p_1^{1\sigma}$, $n_2^{1\sigma}$ normálovej roviny ${}^1\sigma$ a určený je pôdorys rezovej elipsy stredom ${}^1\omega_1$, jej hlavnou a vedľajšou osou $\overline{A_1B_1}$, $\overline{C_1D_1}$. Po otočení rezovej elipsy okolo stopy $p_1^{1\sigma}$ A^0B^0, (C^0D^0) je nájdený na normále ${}^1n^0$ stred krivosti ${}^1S^0$. Na priemete normály ${}^1n_1$ bodu M leží ${}^1S_1$. Nárys ${}^1S_2$ leží na náryse ${}^1n_2$ normály ${}^1n$.

Obdobne zostrojíme stred oskulačnej kružnice normálového rezu vedeného dotyčnicou t k rotačnému valcu ${}^2\Phi$. Normálová rovina ${}^2\sigma$ je teda určená dotyčnicou t a normálou ${}^2n({}^2n_1, {}^2n_2)$. Nájdené sú stopy $p_1^{2\sigma}$, $n_2^{2\sigma}$. Združenými priemermi $\overline{P_1Q_1}$, $\overline{R_1N_1}$ je určený prvý priemet elipsy (stred ${}^2\omega_1$), normálového rezu rovinou ${}^2\sigma$. V otočení okolo stopy $p_1^{2\sigma}$ sú zostrojené $\overline{P^0Q^0}$, $\overline{R^0N^0}$, M^0, ${}^2\omega^0$ a nájdený je stred krivosti ${}^2S^0$ na normále ${}^2n^0$. Priemet ${}^2S_1$ leží na priemete normály ${}^2n_1$. Nárys ${}^2S_2$ leží na náryse ${}^2n_2$ normály ${}^2n$.

Oskulačná rovina ϱ v bode M prenikovej čiary c je kolmá na spojnicu $m = {}^1S{}^2S$. Priesečník spojnice m s oskulačnou rovinou ϱ $(p_1^\varrho, n_2^\varrho)$ je bod L, ktorý je stred krivosti prenikovej čiary c plôch ${}^1\Phi$, ${}^2\Phi$ v bode M; ním prechádza hlavná normála n krivky c $(n = LM)$.

Binormála je kolmá na oskulačnú rovinu ϱ; $b \perp \varrho$. Tým je sprievodný trojhran prenikovej krivky c plôch ${}^1\Phi$, ${}^2\Phi$ nájdený a jeho orientácia vzhľadom na krivku c sa určí známym spôsobom.

5. ZÁVER

V technickej praxi je dôležitá otázka vyoblenia prechodovej časti dvoch plôch zvlášť rotačných (hydromechanika – odpory, výroba modelov, náročne účelových výrobkov atď). Najjednoduchšie dosiahneme toho užitím rúrovej plochy.

Kvôli presnému opracovaniu prechodových plôch, ktorými nahrádzame oblasť prenikových čiar, dôležité je presné vedenie nástroja po prenikovej čiare. Za tým účelom bolo ukázané grafické zostrojenie sprievodného trojhranu v bode prenikovej čiary.

Literatúra

[1] *J. Klimčík:* Vyguľatenie prenikovej hrany rotačného valca s rotačným anuloidom. Sborník vedeckých prác VŠT v Košiciach, zv. 1, 1964, str. 43.

[2] *J. Klimčík:* Vyguľatenie prenikovej hrany dvoch rotačných plôch. Aplikace matematiky, Praha 1964, č. 3, str. 206.

Резюме

К ОКРУГЛЕНИЮ ГРАНИ СЕЧЕНИЯ КРУГОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ С КРУГОВЫМИ КВАДРИКАМИ

ЙОЗЕФ КЛИМЧИК (Jozef Klimčík)

В статье излагается часть проблематики округления грани сечения круговой поверхности круговой квадратной поверхностью. Округление осуществляется при помощи канальной поверхности или же ее специального случая, поверх-

ности трубы, образованной шаровой поверхностью с постоянным радиусом. Поверхность трубы является поверхностью перехода (её часть) в области линии пересечения круговой поверхности с круговой квадратической поверхностью. Для направления хода рабочего инструмента (обработка отливок) важным является акцессорный трехгранник в точке грани сечения. Для графического построения акцессорного трехгранника в точке грани сечения была применена теорема Ашета.

Zusammenfassung

BEITRAG ZUR AUSRUNDUNG DER DURCHDRINGUNGSKANTE EINER DREHFLÄCHE MIT DREHQUADRIKEN

JOZEF KLIMČÍK

Im Artikel wird die Problematik der Ausrundung der Durchdringungskante einer Drehfläche mit der Drehquadrik behandelt. Die Ausrundung ist mit Hilfe der Kanalfläche, bzw. ihres Spezialfalles der durch eine Kugelfläche mit konstantem Halbmesser gebildeten Rohrfläche durchgeführt. Die Rohrfläche ist eine Durchgangsfläche (ihr Teil) im Bereich der Durchdringungslinie mir der Drehquadrik.

Wegen der Führung des Arbeitswerkzeuges (die Bearbeitung der Gussstücke) ist der Begleitdreikant im Punkt der Durchdringungslinie wichtig. Für das graphische Konstruieren des Begleitdreikantes im Punkt der Durchdringungslinie wurde der Hachetsche Satz benutzt.

Adresa autora: Inž. *Jozef Klimčík*, Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie BF Vysokej školy technickej, Švermova 3, Košice.