Aplikace matematiky

Recense

Aplikace matematiky, Vol. 10 (1965), No. 4, 385–389

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/102976`

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1965

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* `http://dml.cz`

RECENSE

Václav Doležal: DYNAMICS OF LINEAR SYSTEMS. (Dynamika lineárních soustav.) Nakladatelství ČSAV, Praha 1964. Stran 224, cena 26,— Kčs.

Recenzovaná kniha obsahuje systematický výklad obecné teorie dynamiky lineárních soustav se soustředěnými prvky, založený na některých moderních matematických metodách, zejména na teorii distribucí. Je výsledkem mnohaleté autorovy činnosti v teorii lineárních elektrických obvodů. (Z tohoto oboru uveřejnil větší množství zajímavých článků, mnohé v Aplikacích matematiky.)

Obsah knihy je rozčleněn do šesti kapitol.

V první a druhé kapitole jsou zkoumány a fyzikálně interpretovány některé základní vlastnosti řešení soustavy lineárních integrodiferenciálních rovnic s konstantními koeficienty, na níž vede formulace problémů dynamiky lineárních fyzikálních soustav se soustředěnými parametry. Přitom je použito „klasických" matematických metod. Tyto dvě kapitoly jsou poměrně stručné a představují úvod k teorii lineárních dynamických soustav, založené na teorii distribucí.

Třetí kapitola obsahuje základní poznatky z teorie distribucí, přičemž důraz je kladen zejména na ty skutečnosti, jichž je třeba v dalších výkladech (např. jsou vyšetřovány vlastnosti distribucí, které mají Laplaceův obraz). Je definováno distributivní řešení soustavy integrodiferenciálních rovnic s konstantními koeficienty, jejichž pravé strany jsou distribuce při dané počáteční podmínce a jsou sledovány některé vlastnosti tohoto řešení. Podrobně jsou probírány pasivní soustavy, pro něž jsou odvozeny podmínky existence, unicity a stability řešení, jakož i kompatibility počátečních podmínek. Kapitola je uzavřena fyzikálním zhodnocením dosažených výsledků.

Zatímco ve třech prvních kapitolách jsou sledovány vlastnosti lineární fyzikální soustavy pro čas ležící v intervalu $\langle 0, \infty)$, je v další, čtvrté kapitole rozšířen sledovaný obor na interval $(-\infty, \infty)$. K tomu účelu jsou nejprve rozšířeny v předchozí kapitole vyložené základy teorie distribucí z reálného oboru na komplexní obor a dále jsou zkoumány vlastnosti řešení, speciálně pak podmínky existence a unicity periodického řešení. Dosažené výsledky jsou pak interpretovány fyzikálně.

Pátá kapitola je věnována teorii lineárních systémů s časově proměnnými prvky. Podrobně jsou zkoumány vlastnosti součinu distribuce s funkcí dvou proměnných a na základě tohoto součinu je definována jistá třída operátorů a rozvinuta jejich teorie, jíž je pak použito k řešení soustavy lineárních integrodiferenciálních rovnic s proměnnými koeficienty. Kapitola je opět uzavřena fyzikální interpretací dosažených výsledků.

Posléze v šesté kapitole jsou použity matematické metody probrané v předchozích kapitolách k formulaci teorie obecného vícepólu. Oproti klasické teorii je dosaženo pozoruhodného zobecnění zejména ve formulaci Théveninovy věty a při zkoumání ekvivalence mezi n-cípou hvězdou a úplným n-úhelníkem.

Kniha je zakončena bibliografickým soupisem obsahujícím 35 pramenů.

Doležalova kniha je, podle mého vědomí, ve světové literatuře ojedinělým a velmi zdařilým dílem, které systematicky pojednává o teorii lineárních soustav na základě teorie distribucí. V porovnání s klasickou teorií lineárních soustav lze pomocí teorie distribucí některé úvahy pozoruhodně zjednodušit a zároveň klást obecnější předpoklady na vlastnosti řešené soustavy. Vzhledem k základnímu významu díla je zcela na místě jeho publikování ve světovém jazyce.

Kniha je určena elektrotechnickým a strojním inženýrům, kteří jsou zaměřeni na řešení teoretických problémů. Nároky na předběžné matematické znalosti čtenáře nejsou příliš vysoké: předpokládá se znalost základů analysy, Laplaceovy transformace, teorie funkcí komplexní proměnné a vyšší algebry. Autor do značné míry zpřístupnil svojí práci tím, že mnohé matematické poznatky méně běžné pro průměrného vysokoškolsky vzdělaného technika, zejména z teorie distribucí, podrobně objasňuje (odkazy na příslušnou matematickou literaturu by studium knihy značně ztížilo), že řadu úvah ilustruje jednoduchými praktickými příklady (zpravidla volí elektrické obvody) a že se důsledně snaží interpretovat dosažené výsledky fyzikálně. Aby umožnil čtenáři hlubší porozumění vykládané látky, doplnil každou uzavřenou partii řadou úloh k samostatnému řešení. Přesto studium knihy nebude pro technika snadnou záležitostí, neboť důsledně předpokládá matematický přístup k řešeným problémům, s čímž se, bohužel, v technických vědách setkáváme doposud jen ojediněle. Za další významný přínos Doležalovy knihy považuji skutečnost, že buduje teorii lineárních soustav (specielně lineárních elektrických obvodů) matematicky exaktním způsobem a v neposlední řadě též okolnost, že je výbornou propagací moderních matematických disciplin v technických vědách. Lze očekávat, že se publikace setká se značným zájmem techniků a pracovníků v oboru aplikované matematiky a že jim poskytne solidní základ pro uplatnění moderních matematických metod při řešení lineárních dynamických problémů, s nimiž se setkávají ve své praxi.

Daniel Mayer

L. S. Pontrjagin, V. G. Boltjanskij, R. V. Gamkrelidze, J. F. Miščenko: MATEMATICKÁ TEORIE OPTIMÁLNÍCH PROCESŮ. Přeložil Jiří Vaníček C.Sc. Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1964. Stran 356, cena 21,50 Kčs.

Kniha je rozdělena do sedmi kapitol. V první kapitole je formulována základní úloha: Nechť je dána soustava diferenciálních rovnic $x' = f(x, u)$, kde x je vektor v E_n a u je vektor z podmnožiny U v E_r. Hledáme vektorovou funkci $u(t)$ na intervalu $\langle t_0, t_1 \rangle, t_0 < t_1 \leqq \infty$ (také t_1 je neznámá), aby byly splněny podmínky:

(1) $u(t) \in U$ pro $t \in \langle t_0, t_1 \rangle$, $u(t)$ po částech spojitá.

(2) Dosadíme-li $u(t)$ do pravých stran soustavy $x' = f(x, u)$ a označíme-li $x(t)$ řešení takto vzniklé soustavy, které je určeno počáteční podmínkou $x(t_0) = {}^0x$, pak $x(t_1) = {}^1x$. (Je-li $t_1 = \infty$, pak $x(t_1) = {}^1x$ znamená $\lim_{t \to \infty} x(t) = {}^1x$).

(3) Integrál $\int_{t_0}^{t_1} f_0(x(t), u(t))\, dt$ nabývá nejmenší možné hodnoty. Interpretace, která vedla k formulaci této úlohy, je asi taková, že vektor x charakterizuje stav nějakého technického zařízení (např. otáčky turbiny, rychlost a polohu letadla, atd., vektor u odpovídá veličinám, které umožňují ovlivňovat z vnějšku chod daného zařízení — např. polohu kormidel, přívod energie atd.). ${}^0x$ je daná počáteční podmínka, ${}^1x$ je stav, kterého chceme dosáhnout (pro $t = t_1$) volbou funkce $u(t)$ — funkci $u(t)$ budeme nazývat regulací. Podle hodnoty integrálu (3) posuzujeme kvalitu regulace a funkci $u(t)$, která splňuje podmínky (1), (2) a (3), budeme nazývat optimální regulací. V první kapitole je formulována nutná podmínka k tomu, aby bylo splněno (3), jsou-li $u(t)$ a $x(t)$ dané funkce, které splňují (1) a (2).

Zaveďme další závisle proměnné $\psi_0, \psi_1, \ldots, \psi_n$ a položme $H(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_r, \psi_0, \ldots, \psi_n) = \sum_{i=0}^{n} \psi_i f_i(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_r)$, $M(x_1, \ldots, x_n, \psi_0, \ldots, \psi_n) = \max_{u \in U} H(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_r, \psi_0, \ldots, \psi_n)$. Existují konstanta $\psi_0 \leqq 0$ a funkce $\psi_1(t), \ldots, \psi_n(t)$ na intervalu $\langle t_0, t_1 \rangle$ ne vesměs rovné nule takové, že jsou splněny (spolu s $x' = f(x, u)$) rovnice:

$$\text{(a)} \qquad \frac{d\psi_i(t)}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}(x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots, u_r(t), \psi_0, \psi_1(t), \ldots, \psi_n(t)),$$

(b) $H(x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots, u_r(t), \psi_0, \psi_1(t), \ldots, \psi_n(t)) = M(x_1(t), \ldots, x_n(t), \psi_0, \ldots, \psi_n(t))$,

(c) $$M(x_1(t_0), \ldots, x_n(t_0), \psi_0, \psi_1(t_0), \ldots, \psi_n(t_0)) = 0\,.$$

Vzhledem k (b) se toto kriterium nazývá princip maxima. Obvykle je $\psi_0 < 0$ a protože (a) a (b) jsou lineární a homogenní v $\psi_0, \psi_1, \ldots, \psi_n$, můžeme položit $\psi_0 = -1$. Jestliže funkce H při fixovaných $x_1, \ldots, x_n, \psi_0, \ldots, \psi_n$ nabývá maxima v jediném bodě $u \in U$, pak při hledání optimální regulace podle rovnic $x' = f(x, u)$, (a) a (b) můžeme s ohledem na (b) z rovnice $H = M$ (kde všechny proměnné považujeme za nezávislé) vypočítat $u_1, \ldots, u_r$ jako funkce proměnných $x_1, \ldots, x_n, \psi_1, \ldots, \psi_n$ a tyto funkce dosadit do $x' = f(x, u)$ a (a). $x' = f(x, u)$ a (a) tak přejdou v soustavu řádu $2n$ pro závisle proměnné $x_1, \ldots, x_n, \psi_1, \ldots, \psi_n$; pro tuto soustavu je třeba řešit okrajovou úlohu $x(t_0) = {}^0x$, $x(t_1) = {}^1x$ a splnit (c). t_1 není předem dáno a také je určujeme z uvedených podmínek. V této kapitole je také ukázáno rozšíření základní úlohy na případ neautonomní soustavy s pohyblivými konci a formulovány podmínky transversality.

Důkaz principu maxima je velmi pracný a je mu věnována celá druhá kapitola.

Ve třetí kapitole se vyšetřují systémy, které se řídí lineárními diferenciálními rovnicemi a pomocí principu maxima je odvozena teorie pro optimalizaci regulační doby. Jsou připojeny četné příklady, které dobře ilustrují vyloženou teorii.

Čtvrtá kapitola je věnována modifikacím principu maxima a jsou ukázány některé výsledky optimálních procesů s parametry, se zpožděním a použití na řešení úlohy o aproximaci funkcí.

V páté kapitole je ukázáno, jak z principu maxima plynou některé výsledky klasického variačního počtu. Přitom je vidět podstatná přednost principu maxima při řešení úloh, kde optimální regulace leží na hranici uzavřené množiny U.

V šesté kapitole je princip maxima rozšířen i na případ, kdy hodnoty řešení $x(t)$ soustavy $x' = f(x, u)$ musí ležet v dané množině $B \subset E_n$.

V sedmé kapitole je studována úloha o optimálním pronásledování bodu, jehož pohyb je popsán Markovským procesem.

Při důkazu věty 11 na str. 129 a věty 12 na str. 130 lze zkrátit odvození vztahů (24) na str. 130 a (26) na str. 131 užitím matic. Je-li $\Psi(t)$, $(\Psi(t_0) = C^*)$, fundamentální matice soustavy $\psi' = -A^*\psi$ a $\Phi(t)$, $(\Phi(t_0) = E)$, fundamentální matice soustavy $x' = Ax$, je řešení $x(t)$ soustavy $x' = Ax + Bu$ určeno vztahem

$$x(t) = \Phi(t)\left({}^0x + \int_{t_0}^{t} C^{-1}\,\Psi^*(\tau)\,Bu(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right).$$

Potom

$${}^1x = \Phi(t_1)\left({}^0x + \int_{t_0}^{t_1} C^{-1}\,\Psi^*(t)\,B\,{}^1u(t)\,\mathrm{d}t\right),$$

$${}^1x = \Phi(t_1)\left({}^0x + \int_{t_0}^{t_1} C^{-1}\,\Psi^*(t)\,{}^2u(t)\,\mathrm{d}t\right).$$

Z toho snadno vyplývá, že

$$\int_{t_0}^{t_1} C^{-1}\,\Psi^*(t)\,B\,{}^1u(t)\,\mathrm{d}t = \int_{t_0}^{t_1} C^{-1}\,\Psi^*(t)\,B\,{}^2u(t)\,\mathrm{d}t$$

a tedy vztah (24) tj.

$$\int_{t_0}^{t_1} (\psi(t), B\,{}^1u(t))\,\mathrm{d}t = \int_{t_0}^{t_1} (\psi(t), B\,{}^2u(t))\,\mathrm{d}t\,.$$

V překladu se vyskytly některé tiskové chyby. Omezme se pouze na některé z nich. Na str. 72 místo $M(\psi(t_1), x(t_1), t_1) \leqq 0$ má být $M(\psi(t_1), x(t_1), t_1) \geqq 0$, na str. 93 vztah (21) místo $x^*(t + \varepsilon\delta t)$ má být $x^*(\tau + \varepsilon\delta t)$, na str. 220 vztah (57) místo $(\psi(t_1), g(t_1)) = 0$ má být $(\psi(t_1), g(t_1)) \leqq$ $\leqq 0$, na str. 246 vztah (28) místo $\psi_i(t) = \psi_i(t_0) + \int_{t_0}^{t}$ má být $\psi_i(t) = \psi_i(t_0) - \int_{t_0}^{t}$, na str. 285 v podmínce c) místo $\lambda t = -(\psi(t), A(t))$ má být $\lambda(t) = -(\psi(t), A(t))$.

Po stránce jazykové je překlad knihy velmi pěkný a je obohacen několika novými poznámkami a odkazy na literaturu o optimální regulaci. Dobrým překladem knihy se dostává do rukou našim matematikům a inženýrům dílo, které ukazuje nové metody při řešení teoretických i praktických úkolů.

František Tumajer

P. I. Romanovskij: FOURIEROVY ŘADY. TEORIE POLE. ANALYTICKÉ A SPECIÁLNÍ FUNKCE. LAPLACEOVA TRANSFORMACE. Přeložili Karel Hašek C.Sc. a doc. František Martan C.Sc., Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1964, Str. 304, cena 19,— Kčs. Ruský originál vydal Fizmtagiz, Moskva 1961.

Kniha je rozdělena do 5 kapitol. První z nich, nazvaná „Fourierovy řady a Fourierův integrál", má 3 části. V první z nich autor zavádí pojem F. řady a její vyjádření v komplexním tvaru. Dokazuje větu o rozvoji funkce ve F. řadu v bodech, kde funkce je diferencovatelná. Po sudých a lichých rozvojích přechází pak k funkcím s obecnou periodou. Jako příklad řeší rovnici strumy F. metodou. V druhé části provádí analogické úvahy pro F. integrál. V části třetí se zabývá ortogonálními systémy funkcí, obecnou F. řadou a dokazuje minimální vlastnost jejích koeficientů.

V kapitole druhé, nesoucí název „Základy teorie pole", zavádí autor pojem křivkového a plošného integrálu. Odvozuje Gaus-Ostrogradského a Stokesovu formuli. V této kapitole je též zaveden gradient, divergence, rotace, operátory ∇ a Δ a vyšetřen vztah mezi nimi. Je též propočteno jejich vyjádření v křivočarých souřadnicích.

Kapitola třetí, „Základy teorie analytických funkcí" začíná pojmem komplexního čísla a zahrnuje obvyklou látku až po větu residuovou a mnohoznačné funkce. V posledních dvou paragrafech autor velmi hezkým způsobem seznamuje čtenáře s konformním zobrazením.

Ve čtvrté kapitole, zvané „O některých speciálních funkcích", jsou probírány základní vlastnosti funkcí gama, beta, logaritmus-, sinus- a kosinusintegrál. Velká část této kapitoly je věnována Besselovým funkcím 1. druhu (definice, rekurentní vzorce, index rovný $1/2 +$ celé číslo, Besselův integrál, asymptotické vzorce).

Kapitola pátá, mající název „Laplaceova transformace", začíná přípravnými úvahami o závislosti integrálu na parametru a pokračuje definicí L. transformace, jejími základními vlastnostmi, konvolucí. Po vyšetření množiny funkcí s racionálními obrazy uvádí autor aplikaci na řešení lineárních diferenciálních rovnic s konst. koef. Po vyšetření obrazů stupňovitých funkcí je provedena aplikace na řešení lin. diferenčních rovnic s konst. koef. Dále je vyšetřena třída celistvých funkcí exponenciálního typu, jsou stanoveny obrazy některých speciálních funkcí. Na závěr je vyšetřována možnost inversní L. transformace a zavedeny transformace Fourierova a Mellinova.

Celá kniha je psána velmi pěkným způsobem. Autor téměř všechny věty v knize dokazuje, takže kniha může sloužiti i matematikovi pro první orientaci v uvedených disciplinách. Účel, pro který byla kniha napsána, je však poskytnout technikovi v co nejpřístupnější formě základy aparátu vyšší matematické analysy. Tento účel splňuje kniha opravdu znamenitě a proto ji vřele doporučuji. Je vhodná jak pro posluchače vysokých škol technických, tak i pro jejich absolventy, kteří si potřebují své znalosti rozšířit nebo upřesnit.

Vladimír Petrův

Václav Dupač — Jaroslav Hájek: PRAVDĚPODOBNOST VE VĚDĚ A TECHNICE. NČSAV, Praha 1962, Edice Cesta k vědění. Stran 141, cena 7,20 Kčs.

V poslední době jsme svědky stále rostoucího zájmu o pravděpodobnost a matematickou statistiku. Na našem trhu však donedávna nebyla knížka, která by přístupným způsobem mohla čtenáři poskytnout výklad o těchto oborech. Předkládaná knížka NČSAV tedy velmi účelně zaplňuje tuto nepříjemnou mezeru.

Autoři pojali knížku moderně a vedle klasických oborů teorie pravděpodobnosti zde čtenář najde pojednání i o novějších oblastech. Výklad je podán tak, aby byl srozumitelný absolventům dvanáctiletých středních škol. Vyšší matematika z tohoto důvodu (až na malé výjimky) není používána. V prvních kapitolách najde čtenář vyložené základní pojmy z teorie pravděpodobnosti. Těmto základům věnovali autoři po zásluze velkou péči a pokud to bylo možné, srozumitelně vysvětlili to, co by čtenář našel v náročných soudobých učebnicích (ale co by bohužel bez znalosti formalismu vyšší matematiky nebyl schopen pochopit; porovnej např. výklad o náhodné veličině). V dalších kapitolách jsou potom uvedeny oblasti teorie pravděpodobnosti, které jsou dnes v popředí zájmu: teorie informace, teorie her, statistické odhady, testování hypotéz, výběrová šetření a metody Monte Carlo. Jde o poměrně náročné a složité otázky, zvlášť mají-li být vyloženy krátce a přitom nezkresleně. Autoři proto v této části hodně opírají svůj výklad o příklady.

Na straně 14 uprostřed čteme o současném „nastoupení" jevu A i B. Myslím, že slovo „nastoupení" není v této souvislosti vhodné a je mechanicky přejato z ruštiny. Na str. 19 dole se dočteme, že v reálném světě neexistují jiné náhodné veličiny než ty, které nabývají jen konečně mnoha hodnot, což bych si nedovolil tak jednoznačně tvrdit. Symbol $\surd$ je v matematických vzorcích nově zavedený symbol pro odmocninu a někteří čtenáři se s ním v této podobě asi setkají zde poprvé.

Záměrem autorů bylo napsat knížku, srozumitelnou pro absolbventy dvanáctiletky. I když se to v převážné většině podařilo, přesto se najde v knížce několik míst velmi náročných a těžko srozumitelných. (Autoři si to zřejmě v úvodu a v partii o silném zákonu velkých čísel uvědomili.) Vzniká tak otázka, do jaké míry lze do populární knížky zahrnout výklad o velmi složitých problémech, které zpravidla jsou formulovány pomocí aparátu vyšší matematiky. Uvedená knížka je napsána natolik solidně, že při dostatečné snaze je možno pochopit i tato náročná místa.

Poněvadž je knížka napsána zajímavě, ale i dosti osobitě, sáhnou po ní pravděpodobně nejen ti, kteří hledají první seznámení s teorií pravděpodobnosti, ale i čtenáři, pro které bude znamenat nové osvětlení již dříve známých věcí. Vzhledem k tomu, že je v knížce uvedena řada zajímavých příkladů a aplikací a vzhledem k tomu, že knížka vyžaduje dosti rozvinuté abstraktní myšlení (i když nepožaduje hlubší znalosti matematiky) domnívám se, že je obzvláště vhodná pro pracovníky vědních oborů, ve kterých se metody teorie pravděpodobnosti aplikují.

Miloslav Nosál