

Aplikace matematiky

Recense

Aplikace matematiky, Vol. 9 (1964), No. 4, 310–(320)

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102907>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1964

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

RECESE

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS. Proceedings of the Conference held in Prague in September 1962. Vydalo Nakladatelství ČSAV, Praha 1963. Stran 248, cena váz. výtisku Kčs 27,—.

Sborník, vydaný v anglickém jazyce, je věnován Československé konferenci o diferenciálních rovnicích a jejich aplikacích — EQUADIFF, kterou uspořádala ČSAV spolu s JČMF jako součást oslav stého výročí založení Jednoty.

Převážnou část sborníku tvoří 21 přehledných přednášek; dále obsahuje stručnou zprávu o průběhu konference a seznam 76 sdělení, přednesených ve třech sekcích.

14 přehledných přednášek bylo prosloveno v plenárních zasedáních konference:

I. BABUŠKA věnuje svoji přednášku otázkám stability řešení parciálních diferenciálních rovnic vzhledem ke změně definičního oboru; tato stabilita je jednou z důležitých součástí korektnosti úlohy. Problém je podrobně zkoumán především pro speciální eliptické rovnice a jsou uvedeny i aplikace dosažených výsledků (je např. ukázáno, že kruh není stabilní oblastí vzhledem k úloze o volně podepřené desce).

O. BORŮVKA se zabývá teorií transformací lineárních diferenciálních rovnic druhého řádu. Pomocí této teorie řeší řadu problémů, např. problém nalezení rovnice, jejíž integrály mají nulové body rozloženy jistým daným způsobem.

J. K. HALE pojednává o některých otázkách teorie nelineárních oscilací, zejména o existenci a stabilitě kvasiperiodických řešení značně obecných soustav s malým parametrem a o chování řešení v blízkosti integrálních variet. Výsledky se aplikují též na rovnice se zpožděným argumentem.

M. KRZYŹAŃSKI se zabývá parabolickou rovnicí druhého řádu, definovanou na neomezené oblasti $0 < t < T$, $X \in E^m$. Zmiňuje se přehledně o výsledcích, týkajících se existence a jednoznačnosti řešení Cauchyovy úlohy pro tuto rovnici a uvádí nakonec dosud nepublikovanou větu o jednoznačnosti, kterou dokázal společně s P. BESALOU.

J. KURZWEIL uvádí řadu výsledků z teorie zobecněných diferenciálních rovnic, kterou vypracoval v posledních letech, zejména věty o spojitě závislosti na parametru. Druhá část přednášky je věnována rozšíření této teorie na rovnice v Banachově prostoru; autor ukazuje možnost aplikací na okrajové úlohy v teorii parciálních diferenciálních rovnic.

S. G. MICHLIN se zabývá výsledky, jichž bylo v posledních letech dosaženo v oblasti variačních metod hlavně leningradskou školou. V přednášce jde o dva druhy problémů: o stabilitu Ritzovy metody v případě lineární rovnice a o aplikace variačních metod na nelineární problémy.

J. NEČAS zkoumá existenci a vlastnosti řešení eliptických rovnic s neomezeným Dirichletovým integrálem. Zabývá se Dirichletovou úlohou pro obecné rovnice druhého řádu a speciální rovnice čtvrtého řádu a Neumannovým problémem pro rovnice druhého řádu. Hlavním prostředkem je metoda Rellichových rovností.

V. V. NĚMYKIJ věnuje svoji přednášku otázkám vyšetřování obyčejných diferenciálních rovnic ve velkém. Vedle podrobné topologické klasifikace soustav Poincaré-Ljapunova a soustav rovinných uvádí řadu nových výsledků pro obecné soustavy, získaných zejména metodou Ljapunovských funkcí.

L. NIRENBERG ukazuje, že eliptickou rovnici na nekonečném válci lze převést na obyčejnou diferenciální rovnici v Banachově prostoru a že lze užít metod této teorie i v případech, kdy operátor, který v rovnici vystupuje, není generátorem semigrupy.

G. SANSONE podává široký přehled výsledků, týkajících se soustav tří nebo čtyř obyčejných nelineárních diferenciálních rovnic prvního řádu. Je zde uvedena vyčerpávající bibliografie těchto problémů (88 titulů).

S. L. SOBOLEV se zabývá zajímavou aplikací teorie parciálních rovnic v úloze najít nejvýhodnější kubaturní nebo interpolační vzorce. V přednášce se ukazuje, že první etapa této úlohy, totiž určení maximální chyby při aproximaci funkce nebo integrálu danou lineární kombinací daných funkčních hodnot, vede na řešení jistých diferenciálních rovnic.

M. ŠVEC zkoumá ve své přednášce oscilační vlastnosti řešení lineárních diferenciálních rovnic třetího a čtvrtého řádu. Uvádí řadu podmínek, za nichž mají řešení rovnice daný charakter (např. všechna řešení oscilují nebo existuje aspoň jedno neoscilující řešení atd.).

O. VEJVODA udává zobecnění metody malého parametru, umožňující řešit okrajové úlohy blízké k okrajovým úlohám (ne nutně lineárním), jejichž řešení je známo. Podrobně diskutuje dva speciální případy: okrajovou úlohu pro obyčejnou diferenciální rovnici a úlohu o periodických řešeních slabě nelineární vlnové rovnice.

T. WAŻEWSKI ukazuje souvislost problémů optimální regulace s teorií diferenciálních rovnic v kontingencích (tj. diferenciálních rovnic, jejichž pravá strana je známá jen přibližně) a zvláště s výsledky A. MARCHAUDA a S. K. ZAREMBY v teorii orientorových polí.

Zbývajících sedm přehledných přednášek bylo proslouveno v sekcích.

Sekce obyčejných diferenciálních rovnic:

M. RÁB odvozuje asymptotické formule obecného charakteru pro lineární rovnici druhého řádu. Jeho výsledky obsahují jako speciální případy řadu starších výsledků. Zajímavé je porovnání výsledků pro rovnice oscilatorické a neoscilatorické.

V. ŠEDA zobecňuje teorii transformací O. BORŮVKY na diferenciální rovnice v komplexním oboru. Zabývá se otázkami odhadu růstu řešení lineární rovnice druhého řádu, polohy jejích nulových bodů apod.

I. VRKOČ porovnává různé typy stability řešení diferenciálních rovnic a uvádí nutné a postačující podmínky pro stabilitu při trvale působících poruchách a pro integrální stabilitu. Druhá část přednášky je věnována stabilitě při náhodných poruchách; výsledkem jsou jisté asymptotické formule pro pravděpodobnost, že norma řešení překročí předem danou hodnotu.

Sekce parciálních diferenciálních rovnic:

K. REKTORYS zkoumá řešení jisté nelineární parabolické rovnice druhého řádu na obdélníku $0 < x < 1, 0 < t \leq T$ (T libovolné); řešení má kromě obvyklých okrajových podmínek splňovat ještě jistou integrální podmínku. Diferenční metodou, která je výhodná též z numerického hlediska, je dokázána existence a jednoznačnost této úlohy.

R. VÝBORNÝ se zabývá rozšířením principu maxima. Dokazuje dvě věty, týkající se jednoznačnosti řešení třetí okrajové úlohy pro nehyperbolickou rovnici — jednak lineární, jednak kvasilineární. Je ukázáno, že v obou případech je normální derivace řešení v bodě maxima záporná.

M. ZLÁMAL vyšetřuje parciální rovnice druhého řádu s malým parametrem u některých druhých derivací. Zkoumá parabolickou rovnici jako limitní případ jednak hyperbolické, jednak eliptické rovnice a odvozuje asymptotické formule, udávající vztah mezi řešením rovnice s parametrem a řešením limitní rovnice.

Sekce aplikací diferenciálních rovnic:

M. PRÁGER a E. VITÁSEK studují z nových hledisek vliv zaokrouhlovacích chyb při numerických výpočtech. Definují ve své přednášce pojem obecného numerického procesu a pojem stability takového procesu a aplikují je na řešení diferenciální rovnice s počátečními podmínkami.

Sborník je velmi pěkně vypraven a je dobrou reprezentační publikací. O aktuálnosti jeho obsahu svědčí jistě také skutečnost, že byl prakticky ihned po vydání rozebrán (náklad byl stanoven zřejmě příliš opatrně).

Je jen škoda, že právě do insertní části na obálce se vloudilo několik hrubých jazykových i věcných chyb (theory of numerals = teorie čísel!??).

(Pro úplnost je třeba dodat, že Nakladatelství ČSAV vydalo dotisk sborníku, ve kterém byla tato nepříjemná nedopatření odstraněna.)

Alois Kufner, Jiří Jarník

Richard Rychnovský, Jarmila Výborná: PARCIÁLNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE A JEJICH NĚKTERÁ ŘEŠENÍ. Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1963. Stran 168, obr. 26, cena brožovaného výtisku Kčs 9,—.

Kniha navazuje na publikaci R. RYCHNOVSKÝ: *Obyčejné diferenciální rovnice a jejich řešení*, která byla vydána rovněž ve Státním nakladatelství technické literatury.

Nová publikace je určena pro čtenáře, kteří se poprvé seznamují s parciálními diferenciálními rovnicemi. Uvádí přehlednou a přístupnou formou do začátků této nauky a přihlíží přitom k praktickým aplikacím. Čtenáři se z ní dostane základních vědomostí o některých důležitých rovnicích fyziky, které mají význam rovněž pro technické aplikace.

Kniha je rozdělena na dvě části. Část první pojednává o parciálních diferenciálních rovnicích prvního řádu, část druhá o parciálních diferenciálních rovnicích druhého řádu. Přitom úvahy jsou vedeny s ohledem na to, aby je bylo možno zobecnit i na rovnice vyšších řádů.

Kniha tedy nepodává vyčerpávající přehled metod řešení parciálních diferenciálních rovnic, což ovšem pro rozsáhlost oboru ani není možné. Cílem knihy je přiblížit širokému okruhu čtenářů obecné metody řešení těchto rovnic a ukázat na propočítaných příkladech, jak v konkrétních případech postupovat.

Předností výkladu je to, že se důsledně vychází od příkladu. Tento metodický postup činí výklad dobře přístupným začátečníkovi, přestože látka sama patří k odlehlejším partiím matematické analýzy. Výklady v knize jsou doplněny potřebným počtem vhodně volených cvičení, která jsou opatřena výsledky, popřípadě i návodem k řešení.

Kniha je vhodná pro posluchače vysokých škol a podnikových institutů technického směru a pro vyšší technické pracovníky.

Lumír Forejt

R. A. Rankin: AN INTRODUCTION TO MATHEMATICAL ANALYSIS. (Úvod do matematické analýzy.) Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris 1963. Stran XI + 607, cena 80 s.

Úvodní učebnice matematické analýzy, určená studentům začátečních kursů na britských univerzitách. Těžiště knihy spočívá ve spolehlivém seznámení čtenáře se základními pojmy matematické analýzy: limita, spojitost, derivace, integrál, konvergence řad a součinů. Přitom se autor omezuje jen na funkce jedné proměnné. Potřebné předběžné znalosti nepřesahují spolehlivou zběhlost v zacházení s elementárními algebraickými výrazy a s nerovnostmi. Úvodní část není zbytečně dlouhá a obsahuje jen nejnutnější informace o množinách, které se považují za intuitivně zřejmé. Také teorie reálných čísel se nevykládá a systém reálných čísel se popisuje jen vyjmenováním jeho vlastností. Jeho úplnost se objevuje ve tvaru věty o supremu, jejíž význam se podrobně vysvětluje.

Od tohoto okamžiku se vše buduje rigorózně i když způsobem podle mínění recenzenta ne vždy nejmodernějším. Velmi příjemné je důsledné rozlišování mezi funkcí f a hodnotou $f(x)$, které

až dosud mnozí autoři elementárních učebnic odsuzovali s poukazem na „tradiční“. Dalo by se naproti tomu asi polemizovat s autorovou snahou vyhnout se „teoretickým“ topologickým pojmům, jako je např. kompaktnost. Tato vlastnost se v knize objevuje jako věta, že pro uzavřený interval platí jistě dosti komplikované tvrzení o děleních. Je sice pravda, že všechny aplikace kompaktnosti v knize se vyskytující (věta o maximu spojité funkce atd.) mají důkazy přizpůsobené této formě, nezdá se však pravděpodobně, že by si student větu pamatoval jako jeden ze základních principů v této složité podobě. Pěkné je vysvětlení pojmu limity, i když trochu rušivě působí v přesné definici tohoto pojmu slova: ... pro každé $\varepsilon > 0$, ať libovolně malé, ... Tento zbytečný pleonasmus zcela nahrazuje podrobné vysvětlení, které následuje po několika řádcích. Je nutno uvítat, že autor důsledně upouští od užívání pojmu neurčitý integrál, které vede k mnoha nedorozuměním; v knize se užívá označení antiderivace. Neurčitý integrál se zavádí hned v definici Riemann-Stieltjesově, takže Riemannův integrál se objeví jako speciální případ. Teorie tohoto integrálu je podána pěkně; v předmluvě autor vykládá, proč se nerozhodl pro integrál Lebesgueův. Jak autor poznamenává v předmluvě, vznikla učebnice jako výsledek šestnáctileté pedagogické práce a tyto bohaté zkušenosti našly svůj odraz v dokonalém způsobu podání. Velkou předností knihy je pečlivě vybraný soubor příkladů, některých i ne právě lehkých, které podněcují k samostatnému myšlení. Kniha je velmi pěkně vytištěna a je nesporně cenným přínosem matematické učebnicové literatury v anglickém jazyce.

Vlastimil Pták

H. R. Pitt: INTEGRATION, MEASURE AND PROBABILITY. (Míra, integrál a pravděpodobnost.) Oliver & Boyd, London 1963. Stran 110, cena 25 s.

Kniha je věnována úvodu do teorie míry a integrálu se zvláštním zřetelem k jejich použití v počtu pravděpodobnosti. Úvodní část obsahuje teorii Lebesgueova integrálu. Autor se rozhodl pro podání používající v podstatě metody Carathéodoryho míry. Na 35 stránkách vykládá teorii abstraktního Lebesgueova integrálu právě v té šíři a hloubce, která je nezbytná pro druhou část knihy. Přestože se autor z tohoto důvodu nesnaží podati nejobecnější znění vět, informace o míře a integrálu v této části knihy obsažené postačí pro běžné aplikace i v jiných částech matematické analýzy (mohou ovšem stejně dobře být čerpány z řady jiných učebnic). Tato úvodní část je zakončena krátkým paragrafem o charakteristických a distribučních funkcích a jejich vzájemných vztazích.

Kapitola čtvrtá objasňuje pojem náhodné proměnné a zavádí základní její parametry. Průměr a standardní odchylka, Čebyševova nerovnost. Následuje krátký výčet nejdůležitějších rozložení a jejich vlastností (binomické, normální, Poissonovo, χ^2). Náhodné proměnné s vektorovými hodnotami jsou předmětem druhé části čtvrté kapitoly. Čtenář se v ní seznámí s obvyklými pojmy, které se vyskytují při studiu více náhodných proměnných jako např. matice momentů, korelační koeficient ap. Z tohoto stanoviska se také vykládají pojmy závislosti a podmíněné pravděpodobnosti.

Zatím co dosavadní kapitoly měly ráz spíše přípravný a jejich těžiště bylo v objasnění základních *pojmu* a jejich vlastností, je kapitola pátá, nazvaná „lineární procesy v počtu pravděpodobnosti“ věnována již důležitým *výsledkům* teorie pravděpodobnosti. Její první část je věnována centrálnímu limitnímu problému a podává výsledky Kolmogorova, Činčina a Lévyho.

Knižku zakončuje krátký exkurs do teorie stochastických procesů. Vcelku lze říci, že knížka obsahuje důkladný a pěkný úvod do oněch partií teorie míry a integrálu, které se potřebují v počtu pravděpodobnosti a zároveň úvod do teorie pravděpodobnosti samotné. Na svůj poměrně malý rozsah obsahuje mnoho materiálu a výklad, ač stručný, je jasný a srozumitelný a je naprosto spolehlivým základem ke studiu podrobnějších monografií i časopisecké literatury.

Vlastimil Pták

THE MATHEMATICAL WORKS OF J. H. C. WHITEHEAD. (Matematické práce J. H. C. Whiteheada.) Edited by Dr. I. M. James. Vol. 1: Introduction — Differential Geometry; Vol. 2: Complexes and Manifolds; Vol. 3: Homotopy Theory; Vol. 4: Algebraic and Classical Topology. Pergamon Press, Oxford-London-NewYork-Paris 1962. xxxiii+361+435+451+347 stran, cena £ 15.

JOHN HENRI CONSTANTINE WHITEHEAD se narodil v Madrasu 11. listopadu 1904. Od roku 1929 pracoval po tři roky nejprve v Princetonu u OSWALDA VEBLENA, ke konci svého pobytu spolupracoval se S. LEFSCHETZEM. V roce 1933 se vrátil do Anglie, kde dostal stipendium na Balliol College. Během druhé světové války přijal různá místa na ministerstvech námořnictví a zahraničí. V roce 1947 dostal stolicí matematiky v Oxfordu. V roce 1953 se stal presidentem Londýnské matematické společnosti. V únoru 1960 odešel do Princetonu, kde v květnu téhož roku neočekávaně zemřel.

První práce J. H. C. Whiteheada byly inspirovány O. VEBLENEM a týkaly se diferenciální geometrie. Whitehead se zabýval nejprve prostory s konexí ve smyslu R. KÖNIGA, tj. svazkem vektorových prostorů nad diferencovatelnou varietou, v němž je dána konexe. Další práce byly z diferenciální geometrie prostorů s projektivní konexí. První své práce trvalého významu napsal Whitehead se svým učitelem O. Veblenem, je to článek *A Set of Axioms for Differential Geometry* (Proc. Nat. Acad. Sci., 17, 551—561, 1931) a knížka *The Foundations of Differential Geometry* (Camb. Univ. Press, 96 stran, 1932), kde oba autoři se vlastně poprvé pokusili podati přesnou definici (globální) diferencovatelné variety. V knize je již definován tečný prostor diferencovatelné variety a dokonce každému bodu variety se přiřazuje nějaký prostor s vybranou grupou jeho automorfismů, čímž se začíná zavádět objekt, později známý jako fibrováný prostor (fibre bundle). Na počátku třicátých let měl na Whiteheada veliký vliv ELIE CARTAN. Píše práce o symetrických prostorech, konvexních oblastech v geometrii cest, lokálně homogenních prostorech a o kompletnosti Finslerových prostorů.

Z algebry publikoval Whitehead několik prací o teorii Lieových algeber. Dosáhl řady výsledků, které díky poválečným pracím CHEVALLEYE, EILENBERGA a HOCHSCHILDIA je možno vysloviti v terminologii kohomologické teorie Lieových a asociativních algeber; jejich korolárem jsou např. věty o tom, že Lieova algebra je direktním součtem poloprosté podalgebry a maximálního řešitelného ideálu a asociativní algebra nad tělesem charakteristiky nula je direktním součtem svého radikálu a poloprosté podalgebry.

Největší význam mají však výsledky J. H. C. Whiteheada v topologii, kde byl na začátku svých výzkumů ovlivňován S. LEFSCHETZEM, J. W. ALEXANDEM a M. H. A. NEWMANEM. Celý svůj život se hluboce zajímal o tzv. Poincaréovu domněnku. Poincaré v roce 1900 vyslovil domněnku, že dvě n -rozměrné variety jsou topologicky ekvivalentní, mají-li stejný homologický charakter. Později (1904) své tvrzení vyvrátil uvedením třírozměrného příkladu. Ukázalo se, že je nutno studovati fundamentální grupy variet, které sice udaly homologickou strukturu 3-rozměrných variet, ale opět je nerozlišily (to ukázal Alexander v r. 1919). Tak se vše redukovalo na „prostý“ problém, je-li 3-rozměrná sféra jedinou varietou, ve které každý cykl je spojitě deformovatelný v bod. Whitehead podal v r. 1934 nesprávný důkaz právě uvedené domněnky, který o rok později sám protipříkladem vyvrátil. O další rok později ukázal, že otevřenou 3-rozměrnou buňku není možno charakterisovati homotopickými invarianty. K důkazu užitý příklad ho pak vedl k napsání několika prací z teorie uzlů.

Snad nejdůležitější Whiteheadovou prací je článek *Simplicial spaces, nuclei and m -groupes* (Proc. Lond. Math. Soc., (2)45, 243—327, 1939). Zde definoval tzv. nucleus (čili jednoduchý homotopický typ) komplexu jako třídu ekvivalentních konečných simplicialních komplexů, v níž jeden komplex dostáváme z druhého konečným počtem expansí a k nim inverzních kontrakcí, kde expanse spočívá v připojení nového simplexu jehož stěny až na jednu již leží v uvažovaném komplexu. Pro jednoduše souvislé komplexy splývá pojem nucleu s homotopickým typem, dosud je však neznámo, je-li nucleus topologickým invariantem. V další důležité práci

tohoto období se Whitehead zabýval triangulovatelností diferencovatelných variet třídy C^1 , kterou dokázal a to jedinou až na kombinatorickou ekvivalenci.

Od čtyřicátých let se Whitehead začíná zabývat čistě homotopickými teoriemi. Významná je jeho práce v teorii obstrukcí, kde první spočítal homotopické grupy Stiefelových variet, jejichž „body“ jsou m -tice nezávislých vektorů n -rozměrného vektorového prostoru. Pomocí těchto výsledků mohli později sám autor, STEENROD a konečně ADAMS úplně rozřešit problém maximálního počtu lineárně nezávislých vektorových polí na sféře. Další práce se zabývají určením homotopického typu komplexu ze znalosti homologických grup a jejich operátorů.

Snad neznámější je práce *Combinatorial Homotopy* (Bull. Amer. Math. Soc., 213–245, 453–496, 1949), kde je zaveden pojem CW -komplexů (closure finite complexes with weak topology), velmi důležitých v teorii homotopie. V sérii prací s E. SPANIEREM byl zaveden pojem S -kategorie (v padesátých letech). Suspensí SX konečného polyedru X nazýváme prostor, který dostaneme z $X \times E^1$ stažením množiny $(X \times -1) \cup (x_x \times E^1) \cup (X \times 1)$ do bodu; zde $x_x \in X$ je bod. Necht X, Y jsou polyedry a $[S^k X, S^k Y]$ je grupa všech homotopických tříd zobrazení k -té suspence prostoru X do k -té suspence prostoru Y ; necht $\{X, Y\}$ je přímá limita posloupnosti $[X, Y] \rightarrow [SX, SY] \rightarrow [S^2 X, S^2 Y] \rightarrow \dots$ X a Y mají též S -typ, jestliže existují prvky $z \in \{X, Y\}$, $i : X \rightarrow Y$ a $j : Y \rightarrow X$, tak, že ij a ji jsou identity z $\{X, Y\}$. Uvažováním S -typů byla dána řada výsledků při řešení následujícího problému: Jsou-li $A \supset B$ komplexy a je-li dáno zobrazení $f : X \rightarrow A$, je možno deformovat f tak, abychom jeho restrikcí dostali zobrazení $g : X \rightarrow B$?

Závěrem svého života se J. H. C. Whitehead zabýval Dehnovým lemmatem, výsledky J. MILNORA o existenci diferencovatelných struktur na varietě a možností vnoření variet do euklidovského prostoru.

Dílo J. H. C. Whiteheada zahrnuje 90 prací a je nejen rozsahově, ale hlavně obsahově veliké. Je velmi dobré, že vychází souhrnně a v malé lhůtě od autorovy smrti; studium většiny prací (a navazující literatury) by mělo značný význam v naší zemi, kde znalosti v algebraické topologii byly a jsou (ovšem až na zcela singulární postavu E. ČECHA) neomluvitelně podprůměrné. Čtenáře bych chtěl upozornit na velmi zajímavý nekrolog E. CARTANA (uveřejněný v prvním svazku), který je u nás nedostupný; Cartanovo dílo je zde vyloženo v moderní terminologii.

V prvním svazku je uveřejněna životopisná poznámka napsaná M. H. A. NEWMANEM a Whiteheadovou ženou Barbarou, dále krátké zhodnocení od J. W. MILNORA. Každý svazek je vybaven třemi seznamy prací a tak hledání některé práce není právě jednoduché. Všechny práce byly reprodukovány, takže na sazbě nebylo možno nic zkaziti; technická úroveň provedení je však místy naprosto nedbalá.

Alois Švec

H. R. Müller: KINEMATIK. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1963. Smlg. Göschen Bd. 584/584a. Stran 171, obr. 78, cena DM 5,80.

Jako 5. svazek edice matematických monografií, kterou redigoval zemřelý W. BLASCHKE, vyšla u mnichovského Oldenbourga v roce 1956 kniha „Ebene Kinematik“, napsaná společně W. BLASCHKEM a H. R. MÜLLEREM. Na 270 stránkách této moderně pojaté knihy, napsané spíše pro geometricky orientovaného matematika než pro technika, mohli ovšem oba autoři pojednat jen o některých partiích rovinné kinematiky. Menší polovinu knihy zaujala lokální teorie nuceného pohybu; hlavním autorem této klasické kapitoly kinematiky byl H. R. Müller. O zbytek knihy rozdělily se stati zabývající se globálními vlastnostmi nuceného pohybu, dvojparametrovými pohyby a zejména kinematickým zobrazením; hlavním autorem byl tu jistě W. Blaschke.

Jako dvojsvazek Göschenovy sbírky vyšla u berlínského W. de Gruytera v roce 1963 kniha se stručným názvem „Kinematik“; jejím autorem je druhý z výše uvedených spoluautorů H. R. Müller; má 171 stran textu, 78 obrázků. Kniha má dvě velmi nestejně části. Prvních 147 stran se zabývá lokální rovinnou kinematikou nuceného pohybu, zbytek tvoří úryvek z prostorové

kinematiky. Význam knihy je hľadať v tejto prvej časti, ktorá zprístupňuje širšiu okruhu čtenáľov prvú časť vyššie uvedenej monografie.

Tu sú vyložené najprv základné pojmy a výsledky kinematiky nuceneho pohybu. Na rozdiel od vyššie zmínenej monografie obracia sa výklad tejto časti na geometricky orientovaného technika, ovládajúceho aspoň základy analytické a diferenciálnej geometrie. Na niekoľkých málo miestach, kde porozumenie by od takového čtenára vyžadovalo znalosti, ktoré nebývajú súčasťou úvodného kursu matematiky na technikách, je zařazen najpotrebnejší výklad do textu. Práve tieto exkursy, v knihe dost hojné, odlišujú ju od tradičných výkladů látky, a činí četbu zaujímavou. Matematik mimo jiné ocení stálou snahu autora o exaktnosť. Tento úmysl prejavuje sa predovšetkým v použití jednotnej analytické metody (reálna euklidovská rovina je interpretovaná akožto Gaussova rovina), a trvalým zreteľom autora k podaniu dôkazů. Zaujímavosť výkladu stupňuje umiřnený zřetel k otázkám konštruktívnej geometrie a poukazy na niektoré moderné otázky kinematiky rovinných mechanizmov. Preto, že ťežišťom sú známé veci, nalezne sa v knihe i mnohé z toho, čo zpravidla nebývá zařazované do učebníc tohoto posłání.

Recenzent by tu chťel upozorniť zjmeňa na niektoré vlastnosti pohybu ve veľkém, na zobecnění pojmu kotálení a na algebraicko — geometrické vlastnosti trajektorií, ktoré autor na různych miestach vhodně uplatnil. Jsou to práve tato, někdy i rozsáhlejší místa, která spíše ocení k aplikacím orientovaný geometr než ke geometrii orientovaný technik.

Zdeněk Pírko

ANNUAL REVIEW IN AUTOMATIC PROGRAMMING. Volume 3. Red. R. Goodman. Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris 1963. Stran 360, cena 80 s.

Třetí svázok tejto série obsahuje, podobne ako predchádzajúce dva, různe články (14 článkov různych autorov), týkajúce sa automatického programovania. Zatiaľ čo druhý svázok bol venovaný prevažne opisaniu různych jazykov a různych systémov programovania, obsah tohoto tretieho svázku nie je už tak různorodý.

Najpočetnejšiu skupinu tvoria články pojednávajúce o jazyku ALGOL 60, o jeho zovšeobecnení a o translátorech pre tento jazyk. V jednom článku je podrobne opísaný jazyk JOVIAL. O syntaxických translátorech pojednávajú dva články. Posledné tri články sú venované opisaniu a porovnaniu různych programovacích jazykov pre komerčné úlohy. Teraz stručne o jednotlivých článkoch.

M. WOODGER rozoberá v svojom článku špecifické rysy jazyka ALGOL 60 a na základe toho robí návrhy na ich zovšeobecnenie. Najpodstatnejším rysom návrhov je použitie zoznamov, elementami ktorých zase môžu byť zoznamy, zavedenie nového typu veličiny -name- a zobecnenie priraďovacieho príkazu. Iný názor na programovací jazyk vyslovuje v svojom článku A. VAN WIJNGAARDEN, ktorý tvrdí, že jazyk by nemal byť zatažený syntaxickými pravidlami definujúcimi plnovýznamové texty. Definícia jazyka by mala byť opisáním činnosti nejakého počítača, ktorý číta a interpretuje texty. V článku je uvedený zaujímavý návrh, ako taký jazyk môže byť opísaný. Podobný názor na definíciu jazyka vyslovuje v svojom článku E. W. DIJKSTRA, ktorý sa podrobnejšie zaoberá problémami „definujúceho“ počítača. Ďalej sa autor zaoberá otázkou, aké majú byť kritéria pre posudzovanie různych návrhov na programovacie jazyky.

Dva zaujímavé príklady na použitie rekurzívnych procedúr jazyka ALGOL 60 v algoritmoch numerickej matematiky uvádza H. RUTISHAUSER.

Translátorem z ALGOLu sú venované štyri články. Autorom predbežnej zprávy o práci na 5-prechodovom translátore pre malý počítač je B. HIGMAN. Je tu opísaný „algolovský“, počítač, do ktorého sa translácia prevádza, podrobne sú opísané prvé tri prechody (ich algoritmus, zapísaný na „rozšírenom ALGOLe“, je v článku uvedený) a je opísaný interpretačný program pre „algolovský“ počítač. V článku E. N. HAWKINSA a D. H. R. HUXTABLE je taktiež opísaný viac prechodový translátor, tentokrát pre počítač KDF9 (stručné opísanie počítača je dané).

Veľká pozornosť sa tu venuje efektívnosti preložených programov. Niektoré myšlienky autorov sú aplikovateľné k ľubovoľnému počítaču, ale hodne z navrhovanej schémy si vyžaduje počítač s podobnou logickou štruktúrou. V článku je veľká pozornosť venovaná klasifikácii procedúr, cyklov, premenných s indexami a ich optimálnemu programovaniu. Ďalej sú v knihe, v dodatku, znova uverejnené dva „klasické“ články E. W. DIJKSTRA o translátore pre počítač X1.

Nejdĺhší článok je venovaný opisaniu jazyka JOVIAL. Je to programovací jazyk relatívne nezávislý od počítača a určený pre programovanie na veľkých počítačoch systémoch, ktoré pracujú v reálnom čase. V článku je veľmi stručné opísanie už pracujúcich translátorov a podrobné — 63 strán — opísanie jazyka.

Dva články sú venované najnovšej myšlienke v automatickom programovaní: vypracovaniu translátorov nezávislých od konkrétneho jazyka, ktoré by pre ľubovoľný jazyk, ktorého syntax a semantika sú definované predpísaným spôsobom a pre program napísaný v tomto jazyku, vypracovali program v strojovej reči. T. IRONS v svojom článku uvádza jednoduchý metajazyk pre opísanie semantiky metalingvistických formúl a na príkladoch z ALGOLu podrobne ukazuje, ako je možné, použitím tohoto metajazyka, definovať semantiku metalingvistických formúl tak, aby semantickou hodnotou daného „algotovského“ textu bol program v reči istého počítača. V rozsiahlom článku R. A. BROOKERA a jeho spolupracovníkov je podrobne opísaný systém pre definovanie syntaxu a semantiky jazyka. Význam jednotlivých príkazov sa definuje pomocou špeciálnych programov zostavených z už definovaných príkazov, zo „zabudovaných“ príkazov a zo strojových inštrukcií. Translátor pre jazyky takto definované už pracuje na počítači ATLAS. K dôkladnému pochopeniu článku je potrebné oboznámiť sa s celým radom predchádzajúcich prác autorov a s počítačom ATLAS.

Posledné tri články sú venované programovacím jazykom pre komerčné úlohy. Najcennejší je článok, v ktorom sú opísané zmeny, ktoré nastali v poslednom čase v jazykoch COBOL, FACT, NEBULA, I. B. M. Commercial Translator a porovnávajú sa možnosti týchto jazykov. Okrem toho je tu stručné opísanie jazykov I. C. T., CLEO, FILECODE, RAPIDWRITE. Jazyku RAPIDWRITE, ktorý má byť podstatným vylepšením a zjednodušením COBOLu, je venovaný zvláštny článok, v ktorom sa opisujú prednosti tohto jazyka pred COBOLom. V poslednom článku sú opísané prostriedky jazyka SEAL na spracovanie masívov informácie uložených na magnetickej páske. Posledné dva články nedosahujú úroveň predchádzajúcich a ich miesto v takejto knihe je dosť problematické.

Celkovo možno povedať, že recenzovaný zväzok prevyšuje svojou úrovňou predchádzajúce dva zväzky. Pokrok, ktorý bol za posledné dva roky v tejto oblasti učený, je v knihe badateľný. Články sa prevažne zaoberajú všeobecnejšími problémami než v predchádzajúcich zväzkoch. Súčasne je vidieť, že v oblasti programovacích jazykov pre vedecko-technické výpočty sa pokročilo podstatne ďalej než v oblasti programovacích jazykov pre riešenie komerčných úloh. Každý, kto sa bližšie zaoberá automatickým programovaním tu iste najde zaujímavé články.

Jozef Gruska

L. S. Goddard: MATHEMATICAL TECHNIQUES OF OPERATIONAL RESEARCH. (Matematické metódy operačného výskumu.) Vydalo nakladateľstvom Pergamon Press — Oxford jako 38. svazek edice International Series of Monographs on Pure and Applied Mathematics, 1963; 230 stran, cena 42 s.

V poslední době se projevuje konečně i u nás vzrůstající zájem o exaktní metody řízení a plánování, o aplikace matematických metod na řešení ekonomických problémů. Do této oblasti patří také tzv. operační výzkum, jehož význam a praktickou důležitost dnes již snad není zapotřebí zvláště zdůrazňovat. Je tedy zcela pochopitelná zvýšená pozornost, s níž sledujeme literaturu věnovanou problematice této zajímavé disciplíny aplikované matematiky.

Jednou z četných nových knih této kategorie je i recensovaná monografie L. S. Goddarda, profesora matematiky na tasmánské universitě. Autor si v ní položil za úkol seznámit čtenáře přístupnou formou s matematickými metodami, které se v operačním výzkumu používají. Kniha je určena jak odborníkům v aplikované matematice, tak i praktikům operačního výzkumu: prvním má připomenout, co všechno z matematiky je v operačním výzkumu potřeba znát, druhým má naznačit, čím se vyznačuje matematický přístup k řešení problémů.

Takto položený úkol však není v knize řešen v plné šíři. Pod pojem operačního výzkumu zahrnujeme dnes totiž celou řadu velmi různých disciplín, z nichž si autor vybral jen některé. Jde tu především o dvě základní skupiny problémů: *lineární programování* a *teorii hromadné obsluhy*. Jiné důležité partie operačního výzkumu a jejich specifické matematické metody zůstaly tak zcela stranou; tak např. nenajde čtenář v knize nic o matematické teorii her, jejíž ekonomické aplikace jsou všeobecně známé, nic o dynamickém programování, ani o ekonomických aplikacích teorie grafů atd.

Kniha se skládá ze sedmi kapitol, v nichž jsou studovány jednotlivé problémy. Přitom první kapitola je úvodní; autor se v ní snaží na třiceti stránkách připomenout nejdůležitější potřebné základní pojmy z lineární algebry a počtu pravděpodobnosti. Není to ovšem systematický, matematicky rigorózní výklad, ale skutečně jen hrubý přehled, bez starostí o detailní logické nuance.

Druhá kapitola je přibližně stejně dlouhá a je věnována formulaci *obecného problému lineárního programování* a výkladu *simplexové metody*. Mimo to jsou zde uvedeny dva zajímavé příklady speciálních problémů: tzv. „*caterer problem*“¹⁾ a tzv. „*trim problem*“.²⁾

Na druhou kapitolu úzce navazuje kapitola třetí, v níž autor studuje dvě závažné speciální formy problému lineárního programování, totiž známý *dopravní problém* a *přídělovací problém*. Jsou tu vyloženy základní metody řešení obou problémů i jejich hlavních modifikací. V závěru kapitoly je stručná zmínka též o *problému obchodního cestujícího*.

Delší čtvrtou kapitolou (str. 88 – 140) počíná studium pravděpodobnostních metod operačního výzkumu. Autor zde vysvětluje základní pojmy, výsledky a problémy *teorie hromadné obsluhy* v případě jednoho obsluhujícího. V posledním odstavci je zmínka též o různých modifikacích, jako např. různé způsoby výběru zákazníku z fronty, obsluha po skupinách, přednostní obsluha určitých zákazníků. Také další, pátá kapitola se zabývá teorií hromadné obsluhy, a to jednak případem několika obsluhujících (paralelní obsluha), jednak složitými systémy (tzv. sítěmi).

Konečně v posledních dvou kapitolách jsou zkoumány problémy příbuzné s teorií hromadné obsluhy. Jde tu jednak o *problémy seřizování strojů* (práce na více strojích) v kapitole šesté (str. 166 – 186), jednak o *teorii skladů* v kapitole sedmé (str. 187 – 227).

Kniha je psána jasným a srozumitelným slohem. Každá kapitola je opatřena samostatným seznamem literatury, v níž lze naléztí podrobnější poučení o vykládané látce. Poněkud zarážející je přitom skutečnost, že většina citované literatury je z let 1956 – 1958, nejnovější citace (jen asi dvě) jsou z r. 1960; knížka sama vyšla v r. 1963, což svědčí o dlouhé výrobní lhůtě. Rozvoj operačního výzkumu se ovšem mezitím nezastavil. Grafická úprava knihy je celkově velmi dobrá, tiskových chyb by snad mohlo být méně. Pro zajímavost ještě uvedme, že kniha byla tištěna v Polsku (v Poznani); Polsko je ostatně též zastoupeno v ediční radě této série.

¹⁾ Restaurace potřebuje denně určitý daný počet (event. každý den jiný!) čistých ubrousků, které dává denně prát buď v rychloprádelně za vyšší cenu, anebo v normální prádelně za nižší cenu (rychlosti praní jsou stálé); problém spočívá v určení optimálního (tj. minimalizujícího celkové náklady) rozdělování ubrousků do obou prádelen, resp. v určení jejich nejvýhodnějšího celkového počtu (při dané nákupní ceně jednoho ubrousku).

²⁾ Výrobce dodává materiál (papír, textil, plech) v pruzích určité šířky, z nichž si spotřebitel řeže užší pruhy v potřebném množství; problém spočívá v minimalizaci odpadu při daných požadavcích spotřebitele.

Celkem lze tedy říci, že se autor dobře zhostil svého úkolu. Kniha je velmi vhodným úvodem do zpracovaných partií operačního výzkumu a je možno z ní získat skutečně dobrý přehled o tom, co by čtenáře čekalo při zevrubném a důkladném studiu těchto disciplín. Kniha však není ani soustavnou učebnicí teorie, ani „kuchařskou příručkou“ s osvědčenými předpisy vhodnými k bezprostřednímu použití: jde tu opravdu jen o *úvedení do problematiky*. Takový propedeutický záměr nelze ovšem nijak podceňovat, naopak je velkou zásluhou autorovou, že jeho knížka je zdařilou realizací tohoto nijak snadného úkolu.

S výjimkou několika publikací o lineárním programování (resp. dopravním problému) nemáme v české literatuře zatím žádné dílo o operačním výzkumu. Bylo by proto jen žádoucí, aby tato nepříjemná mezera byla co nejdříve zaplněna.

František Zítek

Edward B. McLeod: INTRODUCTION TO FLUID DYNAMICS. (Úvod do dynamiky tekutin.) International Series of Monographs on Pure and Applied Mathematics, Volume 40, Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris 1963. Stran XII + 232, cena 42 s.

Autor knihy probírá základní partie z dynamiky ideální tekutiny, přičemž se snaží o to, aby kniha byla přístupná již čtenáři s nezákladnějšími znalostmi z vyšší matematiky. Z téhož důvodu se omezuje jen na vyložení základních principů a na možné aplikace spíše jen poukazuje, než aby je probíral až do praktických výsledků. Pro snažší studium rozdělil autor látku do dvanácti kratších kapitol.

V první kapitole jsou vyloženy základní pojmy a předpoklady teoretické hydrodynamiky. Druhá kapitola je věnována rovnici kontinuity, načež ve třetí kapitole jsou probrány podmínky rovnováhy tekutin v silovém poli. Úvodní část knihy uzavírá čtvrtá kapitola, ve které jsou odvozeny Eulerovy pohybové rovnice ideální tekutiny. V další kapitole odvozuje autor Bernoulliho rovnici a věty o kinetické a potenciální energii. Zvláštní pozornost věnuje proudovým polím reprezentovaným harmonickými funkcemi. Pro dvourozměrná proudová pole odvozuje proudovou funkci a potenciál rychlosti a ukazuje na úzkou souvislost s funkcemi komplexní proměnné a na význam konformního zobrazování pro řešení praktických úloh z hydrodynamiky. Samostatnou kapitolu věnoval autor proudovým polím vírových vláken a základům teorie leteckých profilů. Z obecnějších proudových polí probírá proudové pole vírového kroužku a dále pak proudové pole podkovovitého víru, se zaměřením na teorii křidel konečného rozpětí. V předposlední kapitole jsou odvozeny základy Helmholtzovy teorie proudových polí s volnými hladinami. Poslední kapitolu věnoval autor několika stručným poznámkám o proudění ideální stlačitelné tekutiny (rychlost zvuku, podzvukové a nadzvukové proudění).

V celé knize je důsledně užíváno vektorů; vzhledem k tomu, že autor předpokládá u čtenáře poměrně malé matematické znalosti, jsou v dodatku vyloženy základy vektorové algebry. Rovněž v kapitole o dvourozměrném potenciálním proudění jsou velmi stručně popsány základní věty z teorie funkcí komplexní proměnné a konformního zobrazování.

Kniha může dobře sloužit jako úvodní učebnice teoretické hydrodynamiky pro vysokoškolské studenty i pro výzkumné pracovníky z příbuzných oborů. Pro podrobnější studium jsou u každé kapitoly uvedeny odkazy na speciální literaturu.

Jan Polášek

Hungarian National Commission for UNESCO: REPORT ON THE WORK OF THE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SCHOOL MATHEMATICS TEACHING. Akadémiai kiadó, Budapest 1963. Stran 40, cena neuvedena.

V našich matematických a pedagogických časopisech se již psalo o mezinárodním sympoziu o vyučování školské matematice, které se konalo 27. srpna až 8. září 1962 v Budapešti. Nyní se

dostává všem zájemcům o program a výsledky tohoto symposia do rukou tištěný materiál, který r. 1963 připravila maďarská národní komise UNESCO. Materiál je rozvržen do tří sešitů se shodným obsahem ve třech světových řečech — anglicky, francouzsky a rusky. Dozvíme se tu podrobnosti o organizaci symposia, jehož předsedou byl G. HAJÓS (Maďarsko) a místopředsedy Y. AKIZUKI (Japonsko), R. S. ČERKASOV (SSSR), A. S. KRYGOWSKA (Polsko) a M. H. STONE (USA). Za Československo se symposia zúčastnil J. VYŠÍN. Nejobsáhlejší část brožury přináší závěry a doporučení symposia a je rozdělena do tří částí: všimá si učebních plánů, podrobně se zabývá pedagogikou matematiky a z různých hledisek posuzuje přípravu a kvalifikaci učitele. V dodatku najdeme úvodní projevy oficiálních osobností, program s ohledem na jednotlivé dny a hodiny a seznam všech účastníků s jejich adresami.

Jiří Sedláček

Aplikace matematiky. Ročník 9 (1964). — Vydává Československá akademie věd v Nakladatelství ČSAV, Praha 1 — Nové Město, Vodičkova 40, dod. pú 1. — Redakce: Matematický ústav ČSAV, Praha 2 — Nové Město, Žitná 28, dod. pú 1. — Tiskne Knihtisk, n.p., provoz. 5, Praha 8 — Libeň-Kobylisy, Rudé armády 171, dod. pú 8. — Rozšiřuje Poštovní novinová služba, objednávky a předplatné přijímá PNS-ústřední expedice tisku, administrace odborného tisku, Praha 1 — Nové Město, Jindřišská 14. Lze také objednat u každého poštovního úřadu nebo doručovatele. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS-ústřední expedice tisku, odd. vývoz tisku, Praha 1 — Nové Město, Jindřišská 14. — Cena jednotlivého sešitu Kčs 7,50, v předplacení (6 × ročně) Kčs 45,— (cena pro Československo); \$ 9,—; £ 3,4,4 (cena v devisách).

Toto číslo vyšlo v srpnu 1964.

A-05*41648