

## Summaries of articles published in this issue

*Czechoslovak Mathematical Journal*, Vol. 35 (1985), No. 2, (173c)–(173j)

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102008>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1985

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## SUMMARIES OF ARTICLES PUBLISHED IN THIS ISSUE

(Publication of these summaries is permitted)

ŠTEFAN ZNÁM, Bratislava: *Vector covering systems with a single triple of equal moduli*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 343–348. (Original paper.)

The set  $a(n) = \{a + sn, s \text{ integer}\}$  is called a congruence. Let  $\varepsilon = (v_1, \dots, v_m)$  be a vector with real  $v_i$ ; the system  $a_j(n_j)$ ,  $j = 1, \dots, m$  of congruences is said to be  $\varepsilon$ -covering if  $\sum_{j=1}^m v_j f_j(r) = 1$  for every integer  $r$ , where  $f_j(r)$  is the characteristic function of  $a_j(n_j)$ . The main result of the article: The moduli of a vector-covering system with a single triple of equal moduli (the other being distinct) are of the form  $3^a 2^b$  where  $a = 0$  or  $1$  and  $b$  is a nonnegative integer.

ZDZISŁAW JACKIEWICZ, Fayetteville, MARIAN KWAPISZ, Gdańsk: *A note on the stability of  $\theta$ -methods for Volterra integral equations of the second kind*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 349–354. (Original paper.)

Stability analysis of some numerical methods for Volterra integral equations of the second kind is presented, based on the test equation  $y(t) = g(t) + \lambda \int_0^t k(s)y(s) dt$ ,  $t \geq 0$ ,  $\text{Re}(\lambda) < 0$ . Under certain conditions on the functions  $g$  and  $k$  the solution  $Y$  of this equation is bounded and it is proved that this property is inherited for sufficiently small step sizes by the class of so called  $\theta$ -methods for the approximate solution of Volterra integral equations.

W. NARKIEWICZ, Wrocław, T. ŠALÁT, Bratislava: *A theorem of H. Steinhaus and (R)-dense sets of positive integers*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 355–361. (Original paper.)

A subset  $A = \{a_1 < a_2 < \dots\}$  of the set  $N = \{1, 2, \dots\}$  of all positive integers is said to have the property (S) provided that each real number  $x > 0$  is a limit point of the sequence  $\{a_n/n\}_{n=1}^\infty$ . A subset  $A \subset N$  is said to have the property (R) if the set  $R(A) = \{a/b, a, b \in A\}$  is dense in  $(0, +\infty)$ . In the paper the relations between the properties (S) and (R) are studied. Further, some results about the classes  $T_R$  and  $T_S$  of all  $A \subset N$  with the property (R) and (S), respectively, are obtained.

TIBOR ŠALÁT, Bratislava: *On exponents of convergence of subsequences*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 362–370. (Original paper.)

Let  $A = \{a_k\}_{k=1}^\infty$  be an arbitrary nondecreasing sequence of positive real numbers with  $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = +\infty$ . For  $x = \sum_{k=1}^\infty 2^{-j_k} \in (0, 1)$  denote by  $A(x)$  the subsequence  $\{a_{j_k}\}_{k=1}^\infty$  of the sequence  $A$ . In the paper the properties of the function  $\lambda: (0, 1) \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$  are investigated, where  $\lambda(x)$  denotes the exponent of convergence of the sequence  $A(x)$ . It is shown that the function  $\lambda$  belongs exactly to the second Baire class. Further, the structure of the set  $\{x \in (0, 1); \lambda(x) = \lambda(1)\}$  is described from both the metrical and the topological view-point.

ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ  
В НАСТОЯЩЕМ НОМЕРЕ

(Эти характеристики позволено репродуцировать)

ŠTEFAN ZNÁM, Bratislava: *Vector covering systems with a single triple of equal moduli*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 343—348.

Вектор-покрывающие системы с единственной тройкой равняющихся модулей. (Оригинальная статья.)

Определим конгруэнцию как множество  $a(n) = \{a + sn, n \text{ целое число}\}$  и пусть  $\varepsilon = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  — вектор с реальными компонентами. Система  $a_j(n_j), j = 1, 2, \dots, m$ , конгруэнцией называется  $\varepsilon$ -покрывающей, если для каждого целого  $r$  имеем  $\sum_{j=1}^m v_j f_j(r) = 1$ , где  $f_j(r)$  — характеристическая функция множества. Главным результатом статьи является следующее утверждение: Все модули  $\varepsilon$ -покрывающей системы с точно тремя равными модулями (остальные различны) имеют форму  $3^a 2^b$ , где  $a = 0$  или 1 и  $b$  — неотрицательное целое число.

ZDZISŁAW JACKIEWICZ, Fayetteville, MARIAN KWAPISZ, Gdańsk: *A note on the stability of  $\theta$ -methods for Volterra integral equations of the second kind*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 349—354.

Замечание об устойчивости  $\theta$ -метода для интегральных уравнений Вольтерра второго рода. (Оригинальная статья.)

Анализируется устойчивость некоторых численных методов для решения интегральных уравнений Вольтерра второго рода, основанных на уравнении  $y(t) = g(t) + \lambda \int_0^t k(s) y(s) ds, t \geq 0, \operatorname{Re}(\lambda) < 0$ . При некоторых условиях на функции  $g$  и  $k$  решение  $Y$  этого уравнения ограничено и в работе доказано, что это свойство при достаточно малых шагах наследуется так называемыми  $\theta$ -методами для приближенного решения интегральных уравнений Вольтерра.

JOSEF ŠLAPAL, Ostrava: *Representative properties of the quasiordered set  $F(\alpha, M)$* . Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 390—395.

Представляющие свойства квазиупорядоченного множества  $F(\alpha, M)$ . (Оригинальная статья.)

Пусть  $F(\alpha, M)$  — квазиупорядоченное множество всех последовательностей типа  $\alpha$  образованных из элементов множества  $M$  где квазиупорядоченность  $\leq$  определена следующим образом:  $\{a_\lambda | \lambda < \alpha\} \leq \{b_\lambda | \lambda < \alpha\}$  тогда и только тогда, когда последовательность  $\{a_\lambda | \lambda < \alpha\}$  является подпоследовательностью последовательности  $\{b_\lambda | \lambda < \alpha\}$ . В статье указаны достаточные условия для того, чтобы в множестве  $F(\alpha_1, M_1)$  существовало подмножество изоморфное множеству  $F(\alpha_2, M_2)$ . Далее доказывается: Пусть  $m \leq \aleph_\nu$  — кардинальное число. Если мощность множества  $M$  равна  $m$  (соответственно  $m + 2$ ), то для всякого упорядоченного (соответственно квазиупорядоченного) множества  $G$  мощности  $\leq m$  в множестве  $F(\omega_\nu, M)$  имеется подмножество изоморфное  $G$ . И, окончательно, показывается, что если мощность множества  $M$  равна 2 (соответственно 3), то для всякой конечной цепи (соответственно антицепи)  $G$  в множестве  $F(\omega_0, M)$  имеется подмножество изоморфное  $G$ .

RUDOLF OLÁH, Žilina: *Oscillation of linear retarded differential equation*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 371–377. (Original paper.)

Sufficient conditions are given under which every solution  $y(t)$  of the  $n$ -th order linear differential equation with retarded argument is oscillatory if  $n$  is even, and every solution is either oscillatory or  $\lim_{t \rightarrow \infty} y^{(i)}(t) = 0$ ,  $i = 0, \dots, n-1$  if  $n$  is odd.

JOSEF ŠLAPAL, Ostrava: *Representative properties of the quasiordered set  $F(\alpha, M)$* . Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 390–395. (Original paper.)

Let  $F(\alpha, M)$  denote a quasiordered set of all sequences of type  $\alpha$  formed of elements of the set  $M$  where the quasiorder relation  $\leq$  is defined as follows:  $\{a_\lambda \mid \lambda < \alpha\} \leq \{b_\lambda \mid \lambda < \alpha\}$  if and only if the sequence  $\{a_\lambda \mid \lambda < \alpha\}$  is a subsequence of the sequence  $\{b_\lambda \mid \lambda < \alpha\}$ . In this paper sufficient conditions for the existence of a subset of  $F(\alpha_1, M_1)$  isomorphic with  $F(\alpha_2, M_2)$  are presented. Further, the following result is proved: Let  $m \leq \aleph_\nu$  be a cardinal number. If  $\text{card } M = m$  ( $\text{card } M = m + 2$ ), then for every ordered (quasiordered) set  $G$  of cardinality  $\leq m$  there exists a subset isomorphic with  $G$  in the set  $F(\omega_\nu, M)$ . Finally, if  $\text{card } M = 2$  ( $\text{card } M = 3$ ), then for every finite chain (antichain, respectively)  $G$  there exists a subset isomorphic with  $G$  in the set  $F(\omega_0, M)$ .

JAROSLAV JEŽEK, TOMÁŠ KEPKA, Praha: *Permutable groupoids*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 396–410. (Original paper.)

Groupoids satisfying the identity  $x \cdot yz = y \cdot xz$  are called left permutable. Free left permutable groupoids are described, a representation of arbitrary left permutable groupoids in commutative semigroups is found and various properties of the variety of left permutable groupoids are studied.

DAVID KENOYER, Lawrence: *Recognizability in the lattice of convex l-subgroups of a lattice-ordered group*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 411–416. (Original paper.)

Two lattice-ordered groups are defined and shown to have isomorphic lattices of convex l-subgroups. Using this, several things are shown to be impossible to recognize in the lattice of convex l-subgroups of a given l-group. It is impossible to tell if a given l-group belongs to any nontrivial proper variety, if an l-group is archimedean or completely distributive, or if a convex l-subgroup is closed.

RUDOLF OLÁH, Žilina: *On oscillation of solutions of a nonlinear retarded differential equation of Emden-Fowler type*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 417–423. (Original paper.)

Sufficient conditions are given which guarantee that every solution of the retarded differential equation  $y^{(n)}(t) + p(t)|y(g(t))|^\gamma \text{sgn}(y(g(t))) = 0$ ,  $n \geq 2$ ,  $\gamma \geq 1$ , is oscillatory if  $n$  is even, and every solution is either oscillatory or  $\lim_{t \rightarrow \infty} y^{(i)}(t) = 0$ ,  $i = 0, 1, \dots, n-1$  if  $n$  is odd. The functions  $p(t)$  and  $g(t)$  are continuous on  $[0, \infty)$ ,  $p(t) > 0$ ,  $g(t) \leq t$ ,  $g(t)$  is nondecreasing and  $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \infty$ .

W. NARKIEWICZ, Wrocław, T. ŠALÁT, Bratislava: *A theorem of H. Steinhilber and (R)-dense sets of positive integers*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 355—361.

Одна теорема Штейнгауза и (R)-плотные множества натуральных чисел. (Оригинальная статья.)

Подмножество  $A = \{a_1 < a_2 < \dots\}$  множества  $N = \{1, 2, \dots\}$  обладает свойством (S), если произвольное действительное число  $x > 0$  является предельной точкой последовательности  $\{a_n/n\}_{n=1}^{\infty}$ . Подмножество  $A \subset N$  обладает свойством (R), если множество  $R(A) = \{a/b; a, b \in A\}$  плотно в  $(0, +\infty)$ . В работе исследованы отношения между свойствами (S) и (R). Далее доказаны некоторые результаты о классе  $T_R (T_S)$  всех  $A \subset N$ , обладающих свойством (R) ((S)).

TIBOR ŠALÁT, Bratislava: *On exponents of convergence of subsequences*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 362—370.

Об показателях конвергенции подпоследовательностей. (Оригинальная статья.)

Пусть  $A = \{a_k\}_{k=1}^{\infty}$  — неубывающая последовательность положительных действительных чисел, для которой  $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = +\infty$ . Для  $x = \sum_{k=1}^{\infty} 2^{-jk} \in (0, 1)$  обозначим через  $A(x)$  подпоследовательность  $\{a_{j_k}\}_{k=1}^{\infty}$  последовательности  $A$ . В работе рассмотрены свойства функции  $\lambda: (0, 1) \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$ , где  $\lambda(x)$  обозначает показатель конвергенции последовательности  $A(x)$ . В работе доказано, что функция  $\lambda$  принадлежит точно к второму классу Бера. Далее исследована структура множества  $\{x \in (0, 1); \lambda(x) = \lambda(1)\}$  из метрической и топологической точек зрения.

RUDOLF OLÁN, Žilina: *Oscillation of linear retarded differential equation*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 371—377.

Об осцилляции линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом. (Оригинальная статья.)

В статье приведены достаточные условия для того, чтобы каждое решение  $y(t)$  линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с запаздывающим аргументом при четном  $n$  являлось колеблющимся, а при нечетном  $n$  либо колеблющимся, либо удовлетворяющим условию  $\lim_{t \rightarrow \infty} y^i(t) = 0, i = 0, \dots, n - 1$ .

JAROSLAV JEŽEK, TOMÁŠ KERKA, Praha: *Permutable groupoids*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 396—410.

Перестановочные группоиды. (Оригинальная статья.)

Группоиды с тождеством  $x \cdot yz = y \cdot xz$  называются левоперестановочными. В статье описаны свободные левоперестановочные группоиды и получено представление этих группоидов в коммутативных полугруппах.

LADISLAV MIŠÍK, Jr., Bratislava: *Sequential completeness and  $\{0, 1\}$ -sequential completeness are different.* Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 424—431. (Original paper.)

Assuming  $\kappa = 2^\omega$  (a set theoretical assumption weaker than Martin's axiom), a  $\{0, 1\}$ -sequentially regular Fréchet space is constructed which is sequentially complete but fails to be  $\{0, 1\}$ -sequentially complete. The space is of the form  $N \cup \mathcal{N}$  ( $\mathcal{N}$  is an almost disjoint family of infinite subsets of  $N$ ) and has the corresponding nice topological properties (e.g. it is Hausdorff, separable, first countable, locally compact, totally disconnected, 0-dimensional).

LADISLAV NEBESKÝ, Praha: *Upper embeddable factorizations of graphs.* Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 432—438. (Original paper.)

A graph is said to have an upper embeddable  $n$ -factorization if it can be decomposed into  $n$  edge-disjoint factors each of which is upper embeddable. In this paper a necessary and sufficient condition for a graph to have an upper embeddable  $n$ -factorization is given.

VOJTĚCH BARTÍK, Praha: *On the Čech and axiomatic cohomology of product spaces.* Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 439—474. (Original paper.)

Let  $(h^*, \delta^*)$  be an axiomatic cohomology theory on the category of all topological pairs taking values in the category of modules over a principal ideal domain  $\mathcal{A}$  and satisfying the axioms of Steenrod-Eilenberg and the axiom of additivity, and let  $\hat{h}^*(X, A; G)$  and  $\hat{H}^*(X, A; G)$  be the normal Čech cohomology groups of a topological pair  $(X, A)$  with coefficients in  $G = h^0$  (point), based on all normal coverings of the space  $X$  and on all normal coverings of the pair  $(X, A)$ , respectively. In the paper, some  $\mathcal{A}$ -homomorphisms  $(*) \bigoplus_{i+j=n} \hat{h}^i(X, A; \hat{H}^j(Y, B; G)) \rightarrow h^n((X, A) \times (Y, B))$ , natural with respect to the argument  $(X, A)$ , are constructed, their naturality with respect to the other arguments is examined, and general sufficient conditions for their bijectivity are found. For example, the results obtained imply that  $(*)$  are natural with respect to all the arguments and commute with the connecting homomorphisms of suitable exact cohomology sequences if  $\mathcal{A}$  is a field, and that  $\check{H}^n(X \times Y; G) \approx \hat{H}^n(X \times Y; G) \approx \bigoplus_{i+j=n} \hat{H}^i(X; \hat{H}^j(Y; G))$  over  $\mathcal{A}$  if the spaces  $X$  and  $Y$  are paracompact and regular and  $X$  is weakly locally contractible.

JAROSLAV JEŽEK, TOMÁŠ KEPKA, Praha: *Modular groupoids.* Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 477—487. (Original paper.)

All simple left modular groupoids are found and the equational theory of bi-modular groupoids is studied.

LADISLAV NEBESKÝ, Praha: *Edge-disjoint 1-factors in powers of connected graphs.* Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 499—505. (Original paper.)

Let  $n$  be a positive integer, and let  $G$  be a connected graph of an even order  $\geq n$ . It is proved that there exists a set of  $n - 1$  edge disjoint 1-factors of  $G^n$ .

DAVID KENOYER, Lawrence: *Recognizability in the lattice of convex l-subgroups of a lattice-ordered group*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 411—416.

Распознаваемость структурно-упорядоченных групп по структуре выпуклых  $l$ -подгрупп. (Оригинальная статья.)

В статье определены две структурно-упорядоченные группы и показано, что их структуры выпуклых  $l$ -подгрупп изоморфны. На основании этого результата показывается, что некоторые свойства  $l$ -группы не определяются структурой ее выпуклых  $l$ -подгрупп. Например, нельзя решить лишь на основании этой структуры, если данная  $l$ -группа принадлежит некоторому нетривиальному собственному многообразию, если она архимедова или вполне дистрибутивна и если выпуклая  $l$ -подгруппа замкнута.

RUDOLF OLÁH, Žilina: *On oscillation of solutions of a nonlinear retarded differential equation of Emden-Fowler type*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 417—423.

Об осцилляции решений нелинейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом типа Эмдена-Фаулера. (Оригинальная статья.)

В статье даны достаточные условия для того, чтобы каждое решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом  $y^{(n)}(t) + p(t)|y(g(t))|^\gamma \operatorname{sgn} y(g(t)) = 0$ ,  $n \geq 2$ ,  $\gamma \geq 1$ , при четном  $n$  являлось колеблющимся, а при нечетном  $n$  — либо колеблющимся, либо удовлетворяющим условию  $\lim_{t \rightarrow \infty} y^{(i)}(t) = 0$ ,  $i = 0, 1, \dots, n-1$ . Функции  $p(t)$  и  $g(t)$  непрерывны на  $[0, \infty)$ ,  $p(t) > 0$ ,  $g(t) \leq t$ ,  $g(t)$  не убывает и  $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \infty$ .

LADISLAV NEBESKÝ, Praha: *Upper embeddable factorizations of graphs*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 432—438.

Сверху погружаемые факторизации графов. (Оригинальная статья.)

По определению граф обладает сверху погружаемой  $n$ -факторизацией, когда его можно разделить в  $n$  реберно дизъюнктивных факторов, каждый из которых сверху погружаем. В статье дано необходимое и достаточное условие для того, чтобы граф обладал сверху погружаемой  $n$ -факторизацией.

M. G. ТКАЧЕНКО, Balakovo: *On topologies of free groups*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 541—551.

О топологиях свободных групп. (Оригинальная статья.)

В настоящей статье дается внутренняя характеристика топологии Маркова свободной группы над топологическим пространством  $X$ , вводится новая топология свободной группы и изучаются ее свойства. Эти две топологии совпадают, если пространство  $X$  псевдокомпактно. Они используются в качестве пособия для исследования кардинальных инвариантов топологических групп.

VÁCLAV KOUBEK, Praha. *Large systems of independent objects in concrete categories I, II*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 506–527, 528–540. (Original papers.)

For a functor  $F$  from the category of all sets and mappings to itself define a category  $S(F)$  — objects are pairs  $(X, U)$  where  $X$  is a set,  $U \subset FX$ , and morphisms from  $(X, U)$  to  $(Y, V)$  are all mappings  $f: X \rightarrow Y$  such that  $Ff(U) \subset V$  if  $F$  is covariant,  $Ff(V) \subset U$  if  $F$  is contravariant. The following properties of the binding  $S(F)$  categories (i.e. such categories that the category of all graphs and compatible mappings can be fully embedded into them) are proved:

If  $S(F)$  is a binding category then there exists a cardinal  $\alpha$  such that for every cardinal  $\beta \geq \alpha$  there exist full embeddings  $\Phi_i$ ,  $i \in \beta$  from the category of all graphs and compatible mappings into  $S(F)$ , and covariant set functors  $G_i$ ,  $i \in \beta$  fulfilling:

- a) for every graph  $(X, V)$ , if  $\Phi_i(X, V) = (Y, U)$  then  $G_i X = Y$ ; for every compatible mapping  $f: (X, V) \rightarrow (X', V')$ ,  $\Phi_i f = G_i f$ ;
- b) if  $(X, V)$ ,  $(X', V')$  are graphs and  $f: \Phi_i(X, V) \rightarrow \Phi_j(X', V')$  is a morphism of  $S(F)$  for  $i, j \in \beta$ , then  $i = j$  (and there exists a compatible mapping  $g: (X, V) \rightarrow (X', V')$  with  $f = \Phi_i g = G_i g$ );
- c) for every set  $Z$ ,  $\text{card } G_i Z = \max \{ \text{card } Z, \beta \}$ .

The theorem for a covariant set functor  $F$  is proved in the first paper (which is a continuation of V. Koubek: *On categories into which each concrete category can be embedded*, Cahiers Topo. et Géo. Diff. 17 (1976), 33–57) while the second paper contains the proof of the theorem for a contravariant set functor  $F$  (a continuation of V. Koubek: *On categories into which each concrete category can be embedded II*, Cahiers Topo. et Géo. Diff. 18 (1977), 249–269).

M. G. ТКАЧЕНКО, Balakovo: *On topologies of free groups*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 541–551. (Original paper.)

The author gives an intrinsic description of a Markov topology on a free group over a topological space  $X$ , introduces a new topology on a free group and studies its properties. These two topologies coincide if  $X$  is pseudo-compact. They are used as a tool for the investigation of cardinal invariants of topological groups.

PAVEL PTÁK, Praha: *Spaces of observables*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 552–561. (Original paper.)

Let  $M$  be a separable Banach space and let  $\mathcal{B}(M)$  be the  $\sigma$ -algebra of Borel subsets of  $M$ . Let  $L$  be a quantum mechanical logic (=  $\sigma$ -orthomodular poset) and let an observable mean a  $\sigma$ -homomorphism  $x: \mathcal{B}(M) \rightarrow L$ . The author shows that certain sets of bounded (or compact) observables can be “structured” so that we obtain a Banach space. Conditions necessary for endowing “non-separable” observables with a linear and topological structure are also discussed.

A. B. PATEL, Vallabh Vidyanagar: *Joint essential spectra*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 598–603. (Original paper.)

Several characterizations of an  $n$ -tuple of operators (not necessarily bounded) to be joint upper Fredholm are discussed. Also Weyl’s theorem for an  $n$ -tuple of commuting normal operators is proved.



LADISLAV MIŠÍK, Jr., Bratislava: *Sequential completeness and  $\{0, 1\}$ -sequential completeness are different*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 424–431.

Секвенциальная полнота и  $\{0, 1\}$ -секвенциальная полнота не совпадают. (Оригинальная статья.)

Предполагая  $\kappa = 2^{\omega}$  (теоретико-множественная аксиома, более слабая чем аксиома Мартина) строится  $\{0, 1\}$ -секвенциально регулярное пространство Фреше, которое является секвенциально полным, но не является  $\{0, 1\}$ -секвенциально полным. Это пространство типа  $N \cup \mathcal{N}$  ( $N$  — счетное бесконечное множество и  $\mathcal{N}$  — почти дизъюнктивная система бесконечных подмножеств  $N$ ) и обладает следующими топологическими свойствами: оно хаусдорфово, сепарабельно, удовлетворяет первой аксиоме счетности, локально бикompактно, вполне несвязно и нульмерно.

VOJTECH BARTÍK, Praha: *On the Čech and axiomatic cohomology of product spaces*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 439–474.

О чеховских и аксиоматических когомологиях прямого произведения топологических пространств. (Оригинальная статья.)

Пусть  $(h^*, \delta^*)$  — аксиоматическая теория когомологий на категории всех топологических пар, принимающая значения в категории модулей над кольцом целостности  $A$  и удовлетворяющая аксиомам Стиррода-Эйленберга и аксиоме аддитивности, и пусть  $\hat{h}^*(X, A; G)$  и  $\hat{H}^*(X, A; G)$  — нормальные чеховские группы пары  $(X, A)$  с коэффициентами в  $G = h^0$  (точка), определенные с помощью всех нормальных покрытий пространства  $X$  и всех нормальных покрытий пары  $(X, A)$  соответственно. В статье строятся некоторые  $A$ -гомоморфизмы  $(*) \bigoplus_{i+j=n} \hat{h}^i(X, A; \hat{H}^j(Y, B; G)) \rightarrow h^n((X, A) \times (Y, B))$  естественные относительно аргумента  $(X, A)$ , исследуется их естественность относительно других аргументов и даются общие достаточные условия для их биективности. Например, из полученных результатов следует, что гомоморфизмы  $(*)$  естественны относительно всех аргументов и коммутируют со связывающими гомоморфизмами подходящих точных когомологических последовательностей, если  $A$  — поле, и что  $\hat{H}^n(X \times Y; G) \approx \hat{H}^n(X \times Y; G) \approx \bigoplus_{i+j=n} \hat{H}^i(X; \hat{H}^j(Y, G))$  над  $A$ , если пространства  $X$  и  $Y$  паракомпактны и регулярны и пространство  $X$  слабо локально стягиваемо.

PAVEL PRÁK, Praha: *Spaces of observables*. Czechoslovak Math. J. 34 (109), (1984), 552–561.

Пространства наблюдаемых. (Оригинальная статья.)

Пусть  $M$  — сепарабельное банахово пространство и  $\mathcal{B}(M)$  —  $\sigma$ -алгебра борелевских подмножеств в  $M$ . Пусть  $L$  — квантово-механическая логика (=  $\sigma$ -ортомодулярное частично упорядоченное множество) и пусть термин „наблюдаемая“ обозначает  $\sigma$ -гомоморфизм  $x: \mathcal{B}(M) \rightarrow L$ . Автор показывает, что некоторые множества ограниченных (соответственно компактных) наблюдаемых можно наделять структурой банахова пространства, и дискутирует также условия необходимые для того, чтобы некоторые множества „несепарабельных“ наблюдаемых допускали линейную и топологическую структуру.