Czechoslovak Mathematical Journal

Summaries of articles published in this issue

Czechoslovak Mathematical Journal, Vol. 26 (1976), No. 2, (171c)–(171j)

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/101386

SUMMARIES OF ARTICLES PUBLISHED IN THIS ISSUE

(Publication of these summaries is permitted)

JAROSLAV SMÍTAL, Bratislava: *A necessary and sufficient condition for continuity of additive functions.* Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 171—173. (Original paper.)

The author gives a characterization of the sets $T \subset R^n$ with the following property: If a function $f: R^n \to R$ satisfying the equation $f(x + y) = f(x) + f(y)$ for all $x, y \in R^n$ is upper bounded on T then f is continuous.

JAMES R. BOONE, College Station, FRANK SIWIEC, New York: *Sequentially quotient mappings.* Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 174—182. (Original paper.)

A mapping $f: X \to Y$ will be said to be sequentially quotient provided that: a set H is sequentially closed (open) in Y if and only if $f^{-1}(H)$ is sequentially closed (open) in X. These mappings are the convergent sequence analogs to the biquotient ($\equiv$ limit lifting) mappings. Various characterizations and applications of this class of mappings are presented. The main applications of this class of mappings are functional characterizations of various sequential spaces as domains and ranges of certain mappings. Examples are presented to illustrate the results of this study.

VÁCLAV KOUBEK, JAN REITERMAN, Praha: *A set functor which commutes with all homfunctors is a homfunctor.* Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 183—191. (Original paper.)

The aim of the present paper is to prove under the GCH (generalized continuum hypothesis): given a covariant set functor F such that for each covariant homfunctor Q, $F \circ Q$ and $Q \circ F$ are naturally equivalent, the functor F is itself equivalent to a homfunctor. The first part contains preliminaires; in the second the theorem is proved for functors from the category $\mathbf{S}_n$ of all sets of cardinality less than n, n being a cardinal inaccessible in the sense: if $a, b < n$ then $a^b < n$ (n is not assumed to be regular). In the last part, the theorem is proved for small functors — and, under the generalized continuum hypothesis for all functors — from the category of sets into itself.

ALEXANDER ABIAN, Ames: *Partition of nondenumerable closed sets of reals.* Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 207—210. (Original paper.)

Let C be a nondenumerable closed set of real numbers and let r be a nonnegative real number not greater than the measure of C. In this paper it is shown that C is a disjoint union of continuumly many subsets each of outer measure equal to r.

K. P. SHUM, Hong Kong, P. N. STEWART, Halifax: *Completely prime ideals and idempotents in mobs.* Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 211—217. (Original paper.)

In this paper the authors study ideals which are the intersections of open completely prime ideals and strengthen the previous result of Shum.

ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В НАСТОЯЩЕМ НОМЕРЕ

(Эти характеристики позволено репродуцировать)

MOHAN S. PUTCHA, Raleigh: *Positive functions from $\mathscr{S}$-indecomposable semigroups into partially ordered sets.* (Положительные отображения $\mathscr{S}$-неразложимых полугрупп в частично упорядоченные множества.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 161—170. (Оригинальная статья.)

Положительным отображением полугруппы S называется такое отображение $\varphi : S \to (P, \leqq)$, где $(P, \leqq)$ — частично упорядоченное множество, что $\varphi(ab) \geqq \varphi(a)$ и $\varphi(ab) \geqq \varphi(b)$ для всех $a, b \in S$. Так как согласно теореме Тамуры каждая полугруппа является полуструктурой $\mathscr{S}$-неразложимых полугрупп, автор ограничивается преимущественно случаем, когда полугруппа S $\mathscr{S}$-неразложима. Пусть $a \sim b$ для $a, b \in S$ тогда и только тогда, когда $\varphi(a^i) = \varphi(b^j)$ для некоторых чисел $i, j \in Z^+$. В статье найдены достаточные условия для того, чтобы транзитивное замыкание отношения $\sim$ было универсальным отношением на S. Доказано тоже, что для положительного отображения φ $\mathscr{S}$-неразложимой полугруппы S в множество действительных чисел, удовлетворяющего условию $\varphi(uv) = \varphi(vu)$ для всех $u, v \in S$, $\lim_{n\to\infty} \varphi(a^n) = \lim_{n\to\infty} \varphi(b^n)$ для всех $a, b \in S$. В последнем плане изучаются некоторые свойства ограничености действительных положительных функций на полугруппах.

JAROSLAV SMÍTAL, Bratislava: *A necessary and sufficient condition for continuity of additive functions.* (Необходимое и достаточное условие для непрерывности аддитивных функций.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 171—173. (Оригинальная статья.)

В статье характеризуются все множества $T \subset R^n$, обладающие свойством: если функция $f: R^n \to R$ ограничена сверху на T и $f(x + y) = f(x) + f(y)$ для всех $x, y \in R^n$, то она непрерывна.

JAMES R. BOONE, College Station, FRANK SIWIEC, New York: *Sequentially quotient mappings.* (Секвенциально факторные отображения.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 174—182. (Оригинальная статья.)

Отображение $f: X \to Y$ называется секвенциально факторным, если множество $H \subset Y$ секвенциально замкнуто (открыто) в Y тогда и только тогда, когда множество $f^{-1}(H)$ секвенциально замкнуто (открыто) в X. В статье даются различные характеристики и приложения этого класса отображений. Главными из них являются функциональные характеристики различных секвенциальных пространств как областей определения или значений некоторых отображений. Приводятся примеры, иллюстрирующие полученные результаты.

K. P. SHUM, Hong Kong, P. N. STEWART, Halifax: *Completely prime ideals and idempotents in mobs.* (Вполне простые идеалы и идемпотенты в хаусдорфовых полугруппах.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 211—217. (Оригинальная статья.)

В статье изучаются идеалы, являющиеся пересечением открытых вполне простых идеалов, и усиливаются прежние результаты авторов.

LADISLAV BICAN, PAVEL JAMBOR, TOMÁŠ KEPKA, PETR NĚMEC, Praha: *Hereditary and cohereditary preradicals.* Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 192—206. (Original paper.)

The paper deals with hereditary and cohereditary preradicals in the category of left modules over an associative unital ring R. The basic properties of hereditary preradicals are investigated. There is also stated the correspondence between two-sided ideals and hereditary preradicals with torsion modules closed under direct products. Further, the hereditary closure of a given preradical r is examined, i.e. the least hereditary preradical containing r. The following two sections are devoted to dualizations of the previous results. The final section gives some examples.

TÔRU SAITÔ, Tokyo: *Archimedean classes in an ordered semigroup* I. Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 218—238. (Original paper.)

The archimedean equivalence on an ordered semigroup has been defined by the author and B. Pondělíček. But the difficulty occurs because of the fact that the archimedean equivalence is not necessarily a congruence relation, that is, the set product of two archimedean classes is not always contained in a single archimedean class. The behavior of set products of archimedean classes has been studied by the author in his previous paper for nonnegatively ordered semigroups. In the present paper the author generalises the theory for general ordered semigroups. As in the previous paper, the author defines the operation $*$ between archimedean classes so that the set of archimedean classes forms an ordered idempotent semigroup. Then the author shows that the set products of archimedean classes are determined in some extent in terms of the operation $*$.

TÔRU SAITÔ, Tokyo: *Archimedean classes in an ordered semigroup* II. Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 239—247. (Original paper.)

The original purpose of this paper is to study the behavior of the set product AB of two archimedean classes A and B such that $A \delta B$ and the δ-class in the set of all archimedean classes of ordered semigroups containing A and B is torsion-free.

TÔRU SAITÔ, Tokyo: *Archimedean classes in an ordered semigroup* III. Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 248—251. (Original paper.)

In this paper the author studies the behavior of the set product AB of two archimedean classes A and B of an ordered semigroup S such that $A \delta B$ and the δ-class in the set of all archimedean classes of S containing A and B is periodic.

Václav Koubek, Jan Reiterman, Praha: *A set functor which commutes with all homfunctors is a homfunctor.* (Множественный функтор, коммутирующий со всеми гомфункторами, является гомфунктором.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 183—191. (Оригинальная статья.)

Целью этой статьи является доказательство следующей теоремы: если имеет место обобщенная гипотеза континуума, то каждый ковариантный функтор $F : \mathbf{S} \to \mathbf{S}$ из категории множеств $\mathbf{S}$ в себя, для которого функторы $F \circ Q$, $Q \circ F$ изоморфны для каждого ковариантного гомфунктора Q, сам изоморфен гомфунктору. Первая часть статьи содержит предварительные сведения и во второй части теорема доказывается для функторов из категории $\mathbf{S}_n$ всех множеств мощности меньшей n, где n кардинальное число недостижимое в следующем смысле: если $a, b < n$, то также $a^b < n$ (n не предполагается регулярным). В последней части теорема доказывается для малых функторов и затем, при предположении обобщенной гипотезы континуума, для всех ковариантных функторов $F : \mathbf{S} \to \mathbf{S}$.

Ladislav Bican, Pavel Jambor, Tomáš Kepka, Petr Němec, Praha: *Hereditary and cohereditary preradicals.* (Наследственные и конаследственные предрадикалы.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 192—206. (Оригинальная статья.)

В статье изучаются налседственные и конаследственные предрадикалы в категории левых модулей над ассоциативным кольцом R. Установлены связи между двусторонными идеалами, супернаследственными предрадикалами (радикальные модули замкнуты относительно прямых произведений) и конаследственными радикалами. Изучаются тоже наследственное замыкание и конаследственное ядро любого предрадикала. В конце статьи приведены некоторые примеры.

Alexander Abian, Ames: *Partition of denumerable closed sets of reals.* (Разбиения несчетных замкнутых множеств действительных чисел.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 207—210. (Оригинальная статья.)

Пусть C — несчетное замкнутое множество действительных чисел и пусть r — неотрицательное число, меньшее или равное мере множества C. В статье доказывается, что C является объединением континуума взаимно непересекаюшихся подмножеств, внешняя мера каждого из которых равна r.

Ivan Chajda, Přerov, Bohdan Zelinka, Liberec: *Weakly associative lattices and tolerance relations.* (Слабо ассоциативные структуры и отношения толеранции.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 259—269. (Оригинальная статья.)

Слабо ассоциативная структура — это алгебра с двумя бинарными операциями, удовлетворяющими системе аксиом, полученной из системы аксиом для структур путем ослабления аксиомы ассоциативности. Отношение толеранции — это рефлексивное и симметричное бинарное отношение. Согласованные с алгеброй толеранции определяются очевидным образом. В статье изучаются отношения толеранции на слабо ассоциативных структурах.

IVAN CHAJDA, Přerov, BOHDAN ZELINKA, Liberec: *Weakly associative lattices and tolerance relations.* Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 259—269. (Original paper.)

A weakly associative lattice is an algebra with two binary operations satisfying a certain system of axioms obtained from the lattice axiom system by weakening the axiom of associativity. A tolerance relation is a binary relation on a set which is reflexive and symmetric. A tolerance compatible with an algebra is defined analogously to the congruence; only the transitivity is not required. Tolerance relations on weakly associative lattices are studied in the paper.

H. L. CHOW, Hong Kong: *Maximal ideals in a semigroup of measures.* Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 270—272. (Original paper.)

A non-empty subset I of a compact topological semigroup S is called an ideal of S if $IS \subset I$ and $SI \subset I$. The ideal I is said to be maximal if it is proper and not properly contained in a proper ideal. Let $P(S)$ denote the set of probability measures on S. It is well-known that $P(S)$ is a compact semigroup under convolution and the weak* topology. In this note the author is concerned with maximal ideals in $P(S)$ and their intersection (which is $P(S)$ if $P(S)$ has no maximal ideals).

BOHDAN ZELINKA, Liberec: *Embedding trees into block graphs.* Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 273—279. (Original paper.)

The embeddability of trees into the graphs which consist exactly from two blocks which are cliques are studied. This investigation was suggested by L. Nebeský.

R. C. ENTRINGER, Albuquerque, D. E. JACKSON, Los Alamos, D. A. SNYDER, Albuquerque: *Distance in graphs.* Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 283—296. (Original paper.)

The distance of a vertex p of a connected graph G is defined to be $d(p) = \sum d(p, q)$ where $d(p, q)$ is the distance between vertices p and q and the summation extends over all vertices q of G. The distance of a connected graph G is taken to be $\frac{1}{2} \sum d(p)$. Bounds on distance under varying restrictions on degree and number of edges are first obtained. Extensions of known results concerning distance in trees are next obtained. In the concluding section some relations between distance and connectivity are developed.

ALOIS ŠVEC, Olomouc: *On the existence of parallel normal vector fields of surfaces in E^4.* Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 297—303. (Original paper.)

Let $M \subset E^4$ be a surface, $N(M)$ its normal bundle, ξ the mean curvature vector, k the curvature of $N(M)$. Let the map $C^N : T(M) \to N(M)$ be defined by $C^N(v) = \pi^N(v\xi)$, π^N being the orthogonal projection onto $N(M)$. Suppose: (i) $N(M)$ is trivial, (ii) $\xi \neq 0$ on M, (iii) $\det C^N \geqq 0$, $k \leqq 0$ on M, (iv) $C^N(T_m(M)) \subset \xi_m$ for $m \in \partial M$; then M admits a parallel normal vector field.

Tôru Saitô, Tokyo: *Archimedean classes in an ordered semigroup*, I. (Архимедовы классы в упорядоченных полугруппах, I.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 218—238. (Оригинальная статья.)

Архимедова эквивалентность в упорядоченной полугруппе была определена автором и Б. Понделичком. Но вследствие того, что архимедова эквивалентность не является отношением конгруентности, возникает трудность, заключающаяся в том, что множественное произведение двух архимедовых классов не всегда содержится в единственном архимедовом классе. Поведение множественного произведения архимедовых классов в неотрицательно упорядоченных полугруппах изучалось автором в предыдущей статье. В настоящей работе автор обобщает теорию на общие упорядоченные полугруппы. Как и в предыдущей статье определяет операцию $*$ между архимедовыми классами таким образом, что множество архимедовых классов становится упорядоченной идемпотентной полугруппой, и затем показывает, что множественное произведение архимедовых классов в некоторой степени определяется операцией $*$.

Tôru Saitô, Tokyo: *Archimedean classes in ordered semigroup*, II. (Архимедовы классы в упорядоченных полугруппах, II.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 239—247. (Оригинальная статья.)

В статье изучается поведение множественного произведения AB двух архимедовых классов A и B, для которых $A\,\delta\,B$ и δ-класс в множестве всех архимедовых классов рассматриваемой упорядоченной полугруппы, содержащий A и B, не имеет кручения.

Tôru Saitô, Tokyo: *Archimedean classes in ordered semigroup*, III. (Архимедовы классы в упорядоченных полугруппах, III.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 248—251. (Оригинальная статья.)

В статье автор изучает поведение множественного произведения AB двух архимедовых классов A и B упорядоченной полугруппы S таких, что $A\,\delta\,B$ и δ-класс в множестве всех архимедовых классов в S, содержащих A и B, является периодическим.

H. L. Chow, Hong Kong: *Maximal ideals in a semigroup of measures*. (Максимальные идеалы в полугруппах мер.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 270—272. (Оригинальная статья.)

Непустое подмножество I компактной топологической полугруппы S называется идеалом в S, если $IS \subset I$ и $SI \subset I$. Идеал I называется максимальным, если он собственный и не является собственной частью никакого собственного идеала. Пусть $P(S)$ обозначает множество вероятностных мер на S. Хорошо известно, что $P(S)$ вместе с операцией свертки в качестве умножения и слабой топологией является компактной полугруппой. В этой заметке автор изучает максимальные идеалы в $P(S)$ и их пересечение (совпадающее с $P(S)$, если $P(S)$ не имеет максимальных идеалов.)

Bohdan Zelinka, Liberec: *Embedding trees into block graphs*. (Вложение деревьев в блоковые графы.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 273—279. (Оригинальная статья.)

В статье изучается вложимость деревьев в графы, состоящие точно из двух блоков являющихся полными графами.

C. S. JOHNSON, Jr., F. R. MCMORRIS, Bowling Green: *Nonsingular semilattices and semigroups.* Czech. Math. J. *26 (101)*, (1976), 280—282. (Original paper.)

For a ring R, the condition that every large right ideal is dense (R nonsingular) implies that $Q(R)$, the maximal ring of quotients of R, is a regular ring, self-injective as a Q-module, and the R-injective hull of R. If S is a nonsingular semigroup, its maximal quotient semigroup $Q(S)$ need not be regular, but $Q(S)$ is the injective hull of S and $Q(S)$ is self-injective as a Q-system. Further, if S is a semilattice E of groups, then $Q(S)$ is a semilattice $Q(E)$ of groups. These considerations lead to the investigation of nonsingular semilattices and nonsingular semigroups that are semilattices of groups. The authors characterize nonsingular semilattices as disjunctive semilattices and point out an alternate description of $Q(S)$ for these semilattices. Then the authors give a description of nonsingular semigroups that are semilattices of groups and simplify this description in two special cases.

IVAN CHAJDA, Přerov, JOSEF NIEDERLE, Brno, BOHDAN ZELINKA, Liberec: *On existence conditions for compatible tolerances.* Czech. Math. J. *26 (101)*, (1976), 304—311. (Original paper.)

A tolerance is a reflexive and symmetric binary relation on a set. If $\mathfrak{A} = \langle A, \mathscr{F} \rangle$ is an algebra and T is a tolerance on A, we say that T is compatible with $\mathfrak{A}$, if and only if for any n-ary operation $f \in \mathscr{F}$, where n is a positive integer, and for any elements $x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n$ of A such that $x_i T y_i$ for $i = 1, \ldots, n$ we have $f(x_1, \ldots, x_n)\, T f(y_1, \ldots, y_n)$. In this paper, conditions for the existence of a compatible tolerance which is not a congruence are studied for algebras in general and for lattices in particular.

PAVEL KRBEC, Praha: *Discontinuous Liapunov functions for differential equations with measurable right-hand sides.* Czech. Math. J. *26 (101)*, (1976), 312—318. (Original paper.)

The stability of the trivial solution of the equation $\dot{x} = f(x)$, f measurable and bounded, is investigated. Solutions are considered in the sense of Fillipov and discontinuous Liapunov functions are used.

MILOŠ ZAHRADNÍK, Praha: *l_1-continuous partitions of unity on normed spaces.* Czech. Math. J. *26 (101)*, (1976), 319—329. (Original paper.)

In this paper, the notion of l_p-continuity of a partition of unity is studied. A partition of unity $\{f_\alpha\}_{\alpha \in I}$ on a uniform space X is l_p-continuous if and only if the mapping $\{x \to \{f_\alpha(x)\}\} : X \to l_p(I)$ is continuous. For $p = \infty$ (resp. $p = 1$) this is equivalent to the equiuniform continuity of the family $\{f_\alpha, \alpha \in I\}$ (resp. $\sum_{I'} f_\alpha$, I' finite $\subset I\}$). The main result is that there is no l_1-continuous partition of unity on an infinite dimensional normed space, subordinate to the covering of all unit balls.

JÁN JAKUBÍK, Košice: *W-isomorphisms of distributive lattices.* Czech. Math. J. *26 (101)*, (1976), 330—338. (Original paper.)

In this paper the notion of a W-isomorphism of universal algebras is introduced (generalizing the notion of the weak isomorphism that was defined by A. Goetz and E. Marczewski). It is proved that if φ is a W-isomorphism of a distributive lattice L_1 onto a lattice L_2 and if L_1 is not bounded, then φ is either an isomorphism or a dual isomorphism.

C. S. JOHNSON, Jr. and F. R. MCMORRIS, Bowling Green: *Nonsingular semilattices and semigroups.* (Несингулярные полуструктуры и полугруппы.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 280—282. (Оригинальная статья.)

Для несингулярного кольца R из условия, что каждый большой правый идеал плотный, следует, что максимальное кольцо частных $Q(R)$ кольца R является регулярным кольцом, самоинъективным как Q-модуль, и R-инъективной оболочкой кольца R. Если S — несингулярная полугруппа, то ее максимальная фактор-полугруппа, $Q(S)$ не обязательно регулярна, но $Q(S)$ является инъективной оболочкой S и самоинъективна как Q-система. Дальше, если S — полуструктура E групп, то $Q(S)$ — полуструктура $Q(E)$ групп. Эти соображения приводят к изучению несингулярных полуструктур и несингулярных полугрупп, являющихся полуструктурами групп. Авторы характеризуют несингулярные полуструктуры как дизъюнктивные полуструктуры и указывают другое описание $Q(S)$ для этих структур. Затем авторы дают описание несингулярных полугрупп, являющихся полуструктурами групп, и упрощают это описание в двух специальных случаях.

R. C. ENTRINGER, Albuquerque, D. E. JACKSON, Los Alamos, D. A. SNYDER, Albuquerque: *Distance in graphs.* (Расстояние в графах.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 283—296. (Оригинальная статья.)

Расстоянием вершины p связного графа G называется число $d(p) = \sum d(p, q)$, где $d(p, q)$ — расстояние вершин p, q и сложение производится по всем вершинам q графа G. Расстоянием связного графа G называется число $\frac{1}{2} \sum d(p)$. В статье прежде всего даются оценки для расстояния при различных ограничениях на степень и число ребер и затем распространяются известные результаты, касающиеся расстояния в деревьях. В заключительной части статьи найдены некоторые соотношения между расстоянием и связностью.

ALOIS ŠVEC, Olomouc: *On the existence of parallel normal vector fields of surfaces in* E^4. (О существовании параллельных нормальных векторных полей на поверхностях в E^4.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 297—303. (Оригинальная статья.)

Пусть $M \subset E^4$ — поверхность, $N(M)$ — ее нормальное расслоение, ξ — вектор главной кривизны, k — кривизна $N(M)$. Пусть $C^N : T(M) \to N(M)$ — отображение определенное формулой $C^N(v) = \pi^N(v\xi)$, где π^N — ортогональная проекция на $N(M)$. Если (i) $N(M)$ тривиально, (ii) $\xi \neq 0$ на M, (iii) $\operatorname{def} C^N \geqq 0$, $k \leqq 0$ на M, (iv) $C^N(T_m(M)) \subset \xi_m$ для $m \in \partial M$, то на M существует параллельное нормальное векторное поле.

IVAN CHAJDA, Přerov, JOSEF NIEDERLE, Brno, BOHDAN ZELINKA, Liberec: *On existence conditions for compatible tolerances.* (Об условиях существования совместимых толеранций.) Czech. Math. J. *26* (*101*), (1976), 304—311. (Оригинальная статья.)

Толеранция — это рефлексивное и симметрическое бинарное отношение на множестве. Совместимость толеранции T на $\mathfrak{A}$ с алгеброй $\langle A, \mathcal{F} \rangle$ определяется очевидным и естественным образом. В статье изучаются условия, которые для алгебр и в частности для решеток обеспечивают существование совместимых с ними толеранций, не являющихся конгруэнциями.