

Czechoslovak Mathematical Journal

Václav A. Hruška

Remarque sur la note de M. Jiří Seitz dans le no 4, 1950, p. 137 des «Aktuárské Vědy».

Czechoslovak Mathematical Journal, Vol. 1 (1951), No. 1, 3,4

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/100009>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1951

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

**REMARQUE SUR LA NOTE DE M. JIŘÍ SEITZ
DANS LE No 4, 1950, p. 137 DES „AKTUÁRSKÉ VĚDY“.**

VÁCLAV HRUŠKA, Praha.

(Reçu le 10 Juin 1950.)

Une démonstration simple de la formule (14), où la forme $\sum_2^n a'_{ik}x_i x_k$ provient de la forme $\sum_1^n a_{ik}x_i x_k$ par la substitution $c_1x_1 + \dots + c_nx_n = 0$, $c_1 \neq 0$.

Dans sa note citée plus haut M. SEITZ a déduit la condition nécessaire et suffisante, pour que la forme quadratique

$$A(x, x) = \sum_{i, k=1}^n a_{ik}x_i x_k$$

soit une forme définie pour tout système de nombres réels x_1, x_2, \dots, x_n vérifiant la relation linéaire

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = 0, \quad c_1 \neq 0.$$

Sa démonstration est fondée sur une formule fondamentale

$$\begin{vmatrix} a'_{22}, a'_{23}, \dots, a'_{2r} \\ a'_{32}, a'_{33}, \dots, a'_{3r} \\ \dots \dots \dots \dots \\ a'_{r2}, a'_{r3}, \dots, a'_{rr} \end{vmatrix} = -\frac{1}{c_1^2} \begin{vmatrix} 0, c_1, c_2, \dots, c_r \\ c_1, a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1r} \\ c_2, a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2r} \\ \dots \dots \dots \dots \\ c_r, a_{r1}, a_{r2}, \dots, a_{rr} \end{vmatrix}, \quad (14)$$

où les a'_{ik} sont les coefficients de la forme quadratique $\sum_{i, k=2}^n a'_{ik}x_i x_k$ que l'on obtient de $A(x, x)$ en y posant

$$x_1 = -\frac{1}{c_1}(c_2x_2 + \dots + c_nx_n).$$

On peut démontrer la formule (14) de M. SEITZ aussi de la manière suivante:

En vertu de $c_1 \neq 0$ écrivons la forme linéaire

$$L(x) = -x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = 0 \quad (1)$$

et la forme quadratique

$$A(x, x) = \sum_{i, k=1}^n a_{ik}x_i x_k = a_{11}x_1^2 + x_1(a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n) + \\ + x_1(a_{21}x_2 + \dots + a_{n1}x_n) + \sum_{i, k=2}^n a_{ik}x_i x_k. \quad (2)$$

Portons x_1 de (1) dans (2). Nous obtiendrons évidemment la forme

$$A(x, x) = \sum_{i, k=2}^n (a_{11}c_i c_k + c_i a_{1k} + a_{i1}c_k + a_{ik})x_i x_k \\ = \sum_{i, k=2}^n a'_{ik}x_i x_k, \quad (3)$$

où

$$a'_{ik} = a_{11}c_i c_k + c_i a_{1k} + a_{i1}c_k + a_{ik}.$$

Alors, si l'on fait les opérations suivantes dans le déterminant

$$\begin{vmatrix} 0, -1, c_2, \dots, c_r \\ -1, a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1r} \\ c_2, a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2r} \\ \dots \dots \dots \dots \\ c_r, a_{r1}, a_{r2}, \dots, a_{rr} \end{vmatrix} \quad (4)$$

qui ne changent pas sa valeur:

a) addition du c_k -multiple de la 2^{ième} colonne à la colonne commençant par c_k ($k = 2, 3, \dots, r$);

b) addition du c_i -multiple de la 2^{ième} ligne du *déterminant changé* à sa ligne commençant par c_i , on obtiendra bien la formule (14) de M. SEITZ

$$\begin{vmatrix} 0, -1, 0, \dots, 0 \\ -1, a_{11}, a'_{12}, \dots, a'_{1r} \\ 0, a'_{21}, a'_{22}, \dots, a'_{2r} \\ \dots \dots \dots \dots \\ 0, a'_{r1}, a'_{r2}, \dots, a'_{rr} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a'_{22}, \dots, a'_{2r} \\ \dots \dots \dots \dots \\ a'_{r2}, \dots, a'_{rr} \end{vmatrix},$$

où

$$a'_{1k} = a_{1k} + c_k a_{11}, \quad a'_{i1} = a_{i1} + c_i a_{11},$$

$$a'_{ik} = a_{ik} + c_k a_{i1} + c_i a'_{1k} =$$

$$= a_{ik} + c_k a_{i1} + c_i a_{1k} + c_i c_k a_{11}$$

$i, k = 2, 3, \dots, r$.

c'est-à-dire (3)

e. q. f. d.

Evidemment, on pourrait démontrer de la même manière aussi les formules générales (24) etc. de M. SEITZ.